Ecrit 1-2024. Mayotte

Problème 1 : Autour des travaux de Sophie Germain

1

Partie A.

1. Si *n* est un entier pair, sa puissance quatrième n^4 est elle aussi un entier pair et n^4+4, en tant que somme de deux entiers pairs, est un entier pair au moins égal à 4, il admet 2 pour diviseur strict :

Si *n* est un entier pair, n^4+4 n'est pas un nombre premier

Utilisons une congruence modulo 10 pour aborder les questions suivantes. Remarquons que, vu que $3^4=9^2=81$, et que $5^2=25$, nous avons : $3^4\equiv 1\ (10)$ et $5^2\equiv 5\ (10)$

Nous disposons des deux implications ci-dessous, selon le chiffre des unités (impair) de l'entier *n* :

$$\begin{cases} [n\equiv 1\ (10)\ \ ou\ n\equiv 3\ (10)\ ou\ n\equiv 7\ (10)\ \ ou\ n\equiv 9\ (10)] \implies n^4\equiv 1\ \ (10) \\ n\equiv 5\ (10) \implies n^4\equiv 5\ \ (10)\end{cases}$$

2.a. Si $n\equiv 1\ (10)$, alors $n^4\equiv 1\ \ (10)$ et $n^4+4\equiv 5\ \ (10)$. Le chiffre des unités de n^4+4 est un « 5 », cet entier est divisible par 5.

Il ne peut être premier que si $n^4+4=5$, ce qui n'a lieu que lorsque $n=1$.

L'entier 1 est solution du problème. Pour tout autre entier *n* dont le chiffre des unités est « 1 », l'entier n^4+4 admet 5 comme diviseur strict, l'entier *n* n'est pas solution.

2.b. $3^4+4=85=5\times 17$, nombre composé. L'entier 3 n'est pas solution.

2.c. D'après les congruences vues au début, lorsque le chiffre des unités de *n* est 3, 5, 7 ou 9, celui de n^4+4 est un « 5 », cet entier est divisible par 5, qui est diviseur strict. Aucun de ces nombres ne peut être solution.

3. D'après ces mêmes congruences, si le chiffre des unités de n est un « 5 », celui de toutes ses puissances (en particulier sa puissance quatrième) est aussi un « 5 ». Le chiffre des unités de $n^4 + 4$ est donc un « 9 ».

4. Pour tout entier naturel n :

$$(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2) = [(n^2 + 2) - 2n][(n^2 + 2) + 2n] = (n^2 + 2)^2 - 4n^2$$

Or : $(n^2 + 2)^2 = n^4 + 4n^2 + 4$. En fin de compte :

$$(n^2 - 2n + 2)(n^2 + 2n + 2) = n^4 + 4$$

5. L'identité de Sophie Germain permet une factorisation de $n^4 + 4$ en produit de deux entiers. Pour tout entier naturel n, l'entier $n^2 + 2n + 2$ est un entier au moins égal à 2. L'entier $n^4 + 4$ ne peut être un nombre premier que si l'autre facteur $n^2 - 2n + 2$ est égal à 1 (sinon il a deux diviseurs stricts).

Vu que $n^2 - 2n + 2 = 1 \iff (n-1)^2 = 0 \iff n = 1$,

L'unique entier solution du problème de Sophie Germain est l'entier 1.

<table>
<tr>
<td>

Partie B.

Un exemple d'algorithme premSG(n)

</td>
<td>

```
>>> def premSG(n):
        if prem(n)==True and prem(2*n+1)==True:
                return True
        else :
                return False

>>> premSG(2)
True
>>> premSG(3)
True
>>> premSG(5)
True
>>> premSG(7)
False
```

</td>
</tr>
<tr>
<td>

L'algorithme cunningham(n) permet quant à lui de déterminer la chaîne de nombres premiers « doubles plus un » dont on indique le premier terme. Celle commençant par 2 a pour longueur 5 et s'arrête à 47 (le « double plus un » suivant est 95 qui n'est pas premier).

</td>
<td>

```
>>> def cunningham(n):
        c=[]
        while prem(n)==True:
                c=c+[n]
                n=2*n+1
        print(c)

>>> cunningham(41)
[41, 83, 167]
>>> cunningham(2)
[2, 5, 11, 23, 47]
```

</td>
</tr>
</table>

Problème 2 : Autour du nombre d'or

Compilation de résultats élémentaires à son propos.

3

Partie A

1. La relation $\frac{L+\ell}{L} = \frac{L}{\ell}$ peut être accommodée à diverses sauces, à l'exemple de :

$$\frac{L+\ell}{L} = \frac{L}{\ell} \iff 1 + \frac{1}{\left(\frac{L}{\ell}\right)} = \frac{L}{\ell} \quad \mathbf{(1)}$$

$$\frac{L+\ell}{L} = \frac{L}{\ell} \iff L\ell + \ell^2 = L^2 \iff \frac{L}{\ell} + 1 = \left(\frac{L}{\ell}\right)^2 \quad \mathbf{(2)}$$

En posant $\varphi = \frac{L}{\ell}$, on peut interpréter ces relations à l'aide du nombre strictement positif φ :

- La relation **(1)** indique que $1 + \frac{1}{\varphi} = \varphi$ ou, aussi bien : $\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$
- La relation **(2)** indique que $\varphi + 1 = \varphi^2$, ce qui équivaut à $\varphi = \sqrt{\varphi + 1}$
- $\varphi + 1 = \varphi^2$ équivaut à $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$: φ est une solution de l'équation $x^2 - x - 1 = 0$

2. Soit *P* le polynôme au second degré $P(x) = x^2 - x - 1$. Ce polynôme a pour racines les solutions de l'équation au second degré $x^2 - x - 1 = 0$.

L'équation au second degré $x^2 - x - 1 = 0$ admet deux solutions $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. Le nombre φ est la solution positive de cette équation, et le nombre φ' est la solution négative. Ainsi :

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \ ; \ \varphi' = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

3. On sait que, pour un polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$, le produit de ses racines est égal à $\frac{c}{a}$ et la somme de ses racines est égale à $-\frac{b}{a}$. En l'occurrence, le produit des racines de *P* est égal à -1 et la somme de ses racines est égale à 1.

$$\varphi \times \varphi' = -1 \text{ soit } \varphi' = \frac{1}{\varphi} \ ; \ \varphi + \varphi' = 1 \text{ soit } \varphi - 1 = -\varphi' = \frac{1}{\varphi}$$

4. On peut fixer $b = 1$ sans pour autant diminuer la généralité.

Le rectangle *DFEA* a pour largeur $\varphi - 1$ et pour longueur 1. Le rapport $\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}}$ est $\frac{1}{\varphi-1} = \frac{1}{\frac{1}{\varphi}} = \varphi$. Il s'agit du nombre d'or, *DFEA* est un rectangle d'or.

4

Partie B.

1.a. La fonction *f* est strictement croissante et continue sur l'intervalle $[0\,;\ +\infty[$. Elle réalise une bijection de cet intervalle sur l'intervalle image $[1\,;\ +\infty[$. Sa restriction à l'intervalle $[1\,;2]$ réalise une bijection de cet intervalle sur son intervalle image, l'intervalle $\left[\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3}\right]$ qui est inclus dans $[1\,;2]$ car $1 \leq \sqrt{2} \leq \sqrt{3} \leq 2$.

La fonction *g* est strictement décroissante et continue sur l'intervalle $]0\,;\ +\infty[$ $[0\,;\ +\infty[$. Elle réalise une bijection de cet intervalle sur l'intervalle image $]1\,;+\infty]$

Sa restriction à l'intervalle réalise une bijection de cet intervalle sur son intervalle image, l'intervalle $\left[\frac{3}{2}\ ;\ 2\right]$,qui est clairement inclus dans $[1\,;2]$.

En résumé : $f(I) = \left[\sqrt{2}\ ;\ \sqrt{3}\right] \subset I\ ;\ \ g(I) = \left[\frac{3}{2}\ ;\ 2\right] \subset I$

L'intervalle $[1\,;2]$ est un intervalle stable par *f* et stable par *g*.

Notons que $\varphi = \sqrt{1+\varphi}$ et que $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$, le nombre φ est un point fixe de *f* et un point fixe de *g*.

1.b. Du fait de la stabilité de ces intervalles par *f* et par *g* :

La suite (u_n) étant définie par la relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ et la donnée d'un premier terme appartenant à *I*, tous ses termes sont définis et appartiennent à *I*.

La suite (v_n) étant définie par la relation de récurrence $v_{n+1} = g(v_n)$ et la donnée d'un premier terme appartenant à *I*, tous ses termes sont définis et appartiennent à *I*.

2. La suite (u_n) est bornée par les extrémités de l'intervalle *I* : $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout entier naturel *n*.

La fonction *f* étant croissante, la suite (u_n) est une suite monotone et son sens de variation dépend uniquement de la position relative de ses deux premiers termes.

Sachant que $u_1 = \sqrt{u_0 + 1} = \sqrt{2} > u_0$, le sens de variation de la suite (u_n) est le sens croissant.

5 La suite (u_n) étant croissante et majorée par 2, elle est convergente et sa limite est un réel inférieur ou égal au majorant 2 (cette limite appartient à l'intervalle fermé $[1 ; 2]$).

La suite (u_n) ne peut converger que vers une solution de l'équation $f(x) = x$ (un point fixe de *f*).

L'unique point fixe de *f* dans $[1 ; 2]$ est φ.

La suite (u_n) converge vers φ

3. La fonction g étant décroissante, la suite (v_n) est une suite alternée autour du point fixe φ. Du fait que $u_0 = 1 < \varphi$, les termes pairs sont $< \varphi$ et les termes impairs sont $> \varphi$.

3.a. Pour tout *x* appartenant à $[1 ; 2]$:

$$g(x) - g(\varphi) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) - \left(1 + \frac{1}{\varphi}\right) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\varphi} = \frac{\varphi - x}{x\varphi} = -\frac{1}{x\varphi}(x - \varphi)$$

3.b. $g(\varphi) = \varphi$ car φ est point fixe de *g*. Pour tout entier naturel *n* :

$$v_{n+1} - \varphi = g(v_n) - g(\varphi) = -\frac{1}{\varphi . v_n}(v_n - \varphi)$$

Puisque u_n appartient à $[1 ; 2]$: $-\frac{1}{\varphi} \leq -\frac{1}{\varphi . v_n} \leq -\frac{1}{2\varphi}$. Le coefficient $-\frac{1}{\varphi . v_n}$ est strictement négatif et les nombres $v_{n+1} - \varphi$ et $v_n - \varphi$ sont de signes contraires. Il en résulte : $\begin{cases} v_n > \varphi \implies v_{n+1} < \varphi \\ v_n < \varphi \implies v_{n+1} > \varphi \end{cases}$

Deux termes consécutifs de la suite (v_n) sont toujours situés de part et d'autre de φ.

3.c. De l'inégalité $-\frac{1}{\varphi} \leq -\frac{1}{\varphi . v_n} \leq -\frac{1}{2\varphi}$, on déduit : $\frac{1}{\varphi} \geq \left|-\frac{1}{\varphi . v_n}\right| \geq \frac{1}{2\varphi}$ quel que soit l'entier naturel *n*.

De l'égalité $v_{n+1} - \varphi = -\frac{1}{\varphi . v_n}(v_n - \varphi)$ on déduit alors : $|v_{n+1} - \varphi| \leq \frac{1}{\varphi}|v_n - \varphi|$ quel que soit l'entier naturel *n*.

Par récurrence évidente ou par produit télescopique : $|v_n - \varphi| \leq \left(\frac{1}{\varphi}\right)^n |v_0 - \varphi| = \left(\frac{1}{\varphi}\right)^n (\varphi - 1)$.

Or, nous avons vu que $\varphi - 1 = -\varphi' = \frac{1}{\varphi}$. En fin de compte : $|v_n - \varphi| \leq \left(\frac{1}{\varphi}\right)^{n+1}$

La suite $(v_n - \varphi)$ est majorée en valeur absolue par une suite géométrique dont la raison $\frac{1}{\varphi}$ est strictement comprise entre 0 et 1. Elle est donc majorée en valeur absolue par une suite convergeant vers zéro, elle converge elle-même vers zéro.

En conséquence, la suite (v_n) converge vers φ.

Autant utiliser cette dernière suite pour avoir un encadrement de phi.

On peut compter sur l'encadrement :

$$1{,}6179 < \varphi < 1{,}6182$$

```
>>> def veaudor(n):
        v=1
        c=[v]
        for k in range(1,n+1):
                v=1+1/v
                c=c+[round(v,5)]
        return c

>>> veaudor(10)
[1, 2.0, 1.5, 1.66667, 1.6, 1.625, 1.61538, 1.61905, 1.61765, 1.61818, 1.61798]
```

Partie C

Dans cette partie nous avons affaire à deux formes d'une même suite de Fibonacci : avec une définition récurrente d'une part et avec une formule explicite d'autre part.

1. $G_0 = G_1 = 1$ de sorte que : $\begin{cases} G_0 = F_0 \\ G_1 = F_1 \end{cases}$.

2. Nous avons vu que les deux réels φ et φ' étaient les deux solutions de l'équation au second degré : $x^2 = x + 1$. À ce titre, il s'agit des deux seuls réels dont le carré s'obtient en augmentant leur valeur d'une unité. Ils vérifient : $\begin{cases} \varphi^2 = \varphi + 1 \\ \varphi'^2 = \varphi' + 1 \end{cases}$. Dès lors, pour tout entier naturel *n* :

$$\varphi^2 = \varphi + 1 \implies \varphi^{n+3} = \varphi^{n+1} \times \varphi^2 = \varphi^{n+1} \times (\varphi + 1) = \varphi^{n+2} + \varphi^{n+1}$$

$$\varphi'^2 = \varphi' + 1 \implies (\varphi')^{n+3} = (\varphi')^{n+1} \times (\varphi')^2 = (\varphi')^{n+1} \times (\varphi' + 1) = (\varphi')^{n+2} + (\varphi')^{n+1}$$

3. D'après les expressions explicites des termes de la suite (G_n), pour tout entier naturel *n* :

$G_{n+2} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi^{n+3} - (\varphi')^{n+3}) = \frac{1}{\sqrt{5}}([\varphi^{n+2} + \varphi^{n+1}] - [(\varphi')^{n+2} + (\varphi')^{n+1}])$. On obtient :

$$G_{n+2} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi^{n+2} - (\varphi')^{n+2}) + \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi^{n+1} - (\varphi')^{n+1}) = G_{n+1} + G_n$$

7

4. Vu que la suite (G_n) est définie par la même relation de récurrence double que la suite (F_n) et que les deux premiers termes de ces suites coïncident, les deux suites sont identiques, il n'y a rien à démontrer.

Pour les sceptiques, montrons par récurrence la propriété $\mathcal{P}_n$: « $G_n = F_n$ et $G_{n+1} = F_{n+1}$ »

Initialisation : Nous avons vu dans la question 1 que $\begin{cases} G_0 = F_0 \\ G_1 = F_1 \end{cases}$ donc la propriété $\mathcal{P}_0$ est vérifiée.

Hérédité : Supposons que pour un certain entier naturel *n*, la propriété $\mathcal{P}_n$ soit vérifiée. Considérons alors le rang $n + 2$.

$G_{n+2} = G_{n+1} + G_n$ (par la relation de récurrence concernant la suite (G_n)).

$G_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ (par l'hypothèse que $\mathcal{P}_n$ est vérifiée)

$G_{n+2} = F_{n+2}$ (par la relation de récurrence concernant la suite (F_n)).

« $G_n = F_n$ et $G_{n+1} = F_{n+1}$ » implique que « $G_{n+1} = F_{n+1}$ et $G_{n+2} = F_{n+2}$ » c'est-à-dire $\mathcal{P}_n \Rightarrow \mathcal{P}_{n+1}$.
La propriété $\mathcal{P}_n$ est héréditaire.

Conclusion : Etant initialisée au rang zéro et héréditaire, la propriété $\mathcal{P}_n$ est vraie pour tout entier naturel *n*. De ce fait : $G_n = F_n$ pour tout entier naturel *n*.

5. $G_n = \frac{1}{\sqrt{5}}(\varphi^{n+1} - (\varphi')^{n+1})$ est l'expression explicite du terme F_n de rang *n* de la suite de Fibonacci.

Pour les problèmes 3 et 4, les questions posées, à la trame passablement décousue, procèdent d'un « ronron » assez lénifiant. Pas de quoi susciter un enthousiasme débordant pour les mathématiques.

8

Problème 3 : Géométrie dans l'espace

1. Exprimons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AB} : \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix} \; ; \; \overrightarrow{AC} : \begin{pmatrix}-2\\5\\1\end{pmatrix}$$

Un calcul élémentaire montre que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$, c'est-à-dire que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux et que le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ et $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{4+25+1} = \sqrt{30}$.

Aire du triangle *ABC* : $\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| = \frac{1}{2}\sqrt{150} = \frac{5}{2}\sqrt{6}$.

2. Exprimons une équation cartésienne du plan (*ABC*). En désignant par (x, y, z) les coordonnées d'un point *M* de l'espace, ce point appartient au plan (*ABC*) si et seulement si : $\det\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = 0$.

On obtient :

$$\det\begin{bmatrix} x-2 & 1 & -2 \\ y+1 & 0 & 5 \\ z & 2 & 1 \end{bmatrix} = 0 \iff 2x + y - z - 3 = 0$$

Les coordonnées de *S* ne vérifient pas cette équation : $2x_S + y_S - z_S - 3 = -6 \neq 0$ donc *S* n'appartient pas au plan (*ABC*).

3. Vérifions plutôt que le point *H* de coordonnées $(2, 2, 3)$ est le projeté de *S* sur (*ABC*).

- $2x_H + y_H - z_H - 3 = 0$ donc *H* appartient au plan (*ABC*).
- $\overrightarrow{HS} : \begin{pmatrix}0-2\\1-2\\4-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\-1\\1\end{pmatrix}$ est orthogonal à la fois à $\overrightarrow{AB} : \begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ et à $\overrightarrow{AC} : \begin{pmatrix}-2\\5\\1\end{pmatrix}$. En conséquence, la droite (*HS*) perpendiculaire au plan (*ABC*).

Le point *H* est bien le pied sur (*ABC*) de la perpendiculaire à ce plan issue de *S*.

4. $\|\overrightarrow{HS}\| = \sqrt{6}$. Le volume du tétraèdre est : $\frac{1}{3} \times \|\overrightarrow{HS}\| \times aire(ABC) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2}\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 5$

5. Il apparaît qu'une valeur approchée de la mesure en degrés de l'angle $\widehat{ASC}$ est 73° au degré près.	Define $s=\begin{bmatrix}0\\1\\4\end{bmatrix}$ *Terminé* Define $a=\begin{bmatrix}2\\-1\\0\end{bmatrix}$ *Terminé* Define $c=\begin{bmatrix}0\\4\\1\end{bmatrix}$ *Terminé* $\dfrac{\text{dotP}(s-a,s-c)}{\text{norm}(s-a)\cdot\text{norm}(s-c)}$ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ $\cos^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)$ 73.2213 ©gjmaths

Problème 4 : Fonctions

L'expression : $f(x)=\sqrt{x}\times e^{-x}$ équivalente à celle de l'énoncé semble plus compétitive.

La fonction f n'est pas dérivable en zéro car $\lim\limits_{x\to 0+}\left(\frac{f(x)}{x}\right)=+\infty$. Sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, f est le produit de deux fonctions dérivables. Dérivée exprimée ci-contre, du signe de $1-2x$	Define $f(x)=\sqrt{x}\cdot e^{-x}$ *Terminé* $\frac{d}{dx}(f(x))$ $\left(\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)\cdot e^{-x}$ factor$\left(\left(\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)\cdot e^{-x}\right)$ $\dfrac{-(2\cdot x-1)\cdot e^{-x}}{2\cdot\sqrt{x}}$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$ $\dfrac{e^{\frac{-1}{2}}\cdot\sqrt{2}}{2}$ $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 0.428882 ©gjmaths $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x))$ 0

Il s'ensuit que f est une fonction croissante sur $\left[0\ ;\ \frac{1}{2}\right]$ de 0 à $f\left(\frac{1}{2}\right)\approx$ 0,43 à 0,01 près puis décroissante sur $\left[\frac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$ de $f\left(\frac{1}{2}\right)$ à la limite de f en plus l'infini, qui est nulle.

2. $f(x)=x \iff \sqrt{x}=e^{-x} \iff \frac{1}{2}\ln(x)=-x \iff 2x+\ln(x)=0$

La fonction h est continue et strictement croissante (somme de deux fonctions croissantes) sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$. L'image par h de 0,4 est strictement négative, celle de 0,5 est strictement positive. La valeur zéro est intermédiaire entre les deux images.	©gjmaths $\lim_{x\to\infty}(f(x))$ 0 Define $h(x)=2\cdot x+\ln(x)$ *Terminé* $\frac{d}{dx}(h(x))$ $\frac{1}{x}+2$ $[h(0.4)\ \ h(0.5)]$ $[-0.116291\ \ 0.306853]$ nSolve$(h(x)=0,x)$ 0.426303

L'équation $h(x) = 0$ admet une solution α et une seule qui appartient à $[0{,}4\ ;0{,}5]$

Il existe donc deux réels qui sont solution de l'équation $f(x) = x$, le nombre zéro et le réel α.

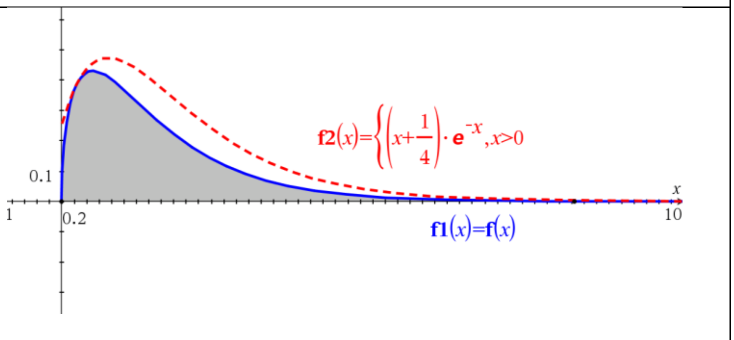
Partie B. Intégrale.

1. La fonction *F* est croissante car elle a pour dérivée la fonction *f* qui est positive.

2. Pour tout réel positif t : $\left(t+\frac{1}{4}\right)^2 - t = t^2 - \frac{t}{2} + \frac{1}{16} = \left(t-\frac{1}{4}\right)^2 \geq 0$

$$\left(t+\frac{1}{4}\right)^2 \geq t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad t+\frac{1}{4} \geq \sqrt{t}$$

On en déduit que pour tout réel positif t : $0 \leq f(t) \leq \left(t+\frac{1}{4}\right)e^{-t}$

L'intégrale de f sur $[0\ ;x]$ est majorée par celle de la fonction $\left(t+\frac{1}{4}\right)e^{-t}$ sur le même intervalle, calculée ci-contre, elle-même majorée par $\frac{5}{4}$.	Define $i(x)=\int_0^x \left(\left(t+\frac{1}{4}\right)\cdot e^{-t}\right)dt$ *Terminé* $i(x)$ $\frac{5}{4}-\frac{(4\cdot x+5)\cdot e^{-x}}{4}$
Interprétation : Le « domaine sous la courbe » grisé ci-contre, bien qu'illimité, a une aire finie et inférieure à $\frac{5}{4}$. (Question quelque peu hors contexte puisqu'à aucun moment il n'est	

demandé aux candidats la moindre représentation graphique).	