Ecrit 1-2023. Mayotte

Ce document n'a pas été vérifié. Risque potentiel de coquilles.

1

Problème 1 : Suite d'intégrales

1. $I_0 = [\mathrm{e}^x]_2^3 = \mathrm{e}^3 - \mathrm{e}^2$

2. Pour tout réel *x* appartenant à l'intervalle $[2\,;3]$: $0 \leq x-2 \leq 1$.

Par conséquent, pour tout entier naturel *n* et pour tout réel *x* appartenant à l'intervalle $[2\,;3]$:

$$0 \leq (x-2)^{n+1} \leq (x-2)^n \leq 1$$

En multipliant par la fonction positive exponentielle :

$$0 \leq (x-2)^{n+1}\mathrm{e}^x \leq (x-2)^n\mathrm{e}^x \leq \mathrm{e}^x$$

Et en intégrant sur l'intervalle $[2\,;3]$:

$$0 \leq I_{n+1} \leq I_n \leq I_0$$

La suite d'intégrales $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ apparaît comme une suite décroissante et minorée par zéro. Cette suite est donc convergente.

4. C'est à l'aide d'une majoration un peu différente que l'on peut en déterminer la limite :

Pour tout entier naturel *n* et pour tout réel *x* appartenant à l'intervalle $[2\,;3]$:

$$0 \leq (x-2)^n \mathrm{e}^x \leq (x-2)^n \mathrm{e}^3$$

Et en intégrant sur l'intervalle $[2\,;3]$:

$$0 \leq I_n \leq \mathrm{e}^3 \left[\frac{(x-2)^{n+1}}{n+1}\right]_2^3 = \frac{\mathrm{e}^3}{n+1}$$

La suite positive d'intégrales $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée par une suite qui converge vers zéro. Cette suite est donc convergente vers zéro.

5. Par une intégration par parties :

$$I_{n+1} = \int_2^3 (x-2)^{n+1}\mathrm{e}^x = [(x-2)^{n+1}\mathrm{e}^x]_2^3 - (n+1)\int_2^3 (x-2)^n \mathrm{e}^x = \mathrm{e}^3 - (n+1)I_n$$

6. Un exemple d'algorithme Python.

On peut conjecturer la décroissance de la suite d'intégrales $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

```
>>> def integrales(n):
        i=exp(3)-exp(2)
        for k in range (0,n+1):
                print("l'intégrale de rang",k,"est",i)
                i=exp(3)-(k+1)*i


>>> integrales(11)
l'intégrale de rang 0 est 12.696480824257018
l'intégrale de rang 1 est 7.38905609893065
l'intégrale de rang 2 est 5.307424725326367
l'intégrale de rang 3 est 4.163262747208567
l'intégrale de rang 4 est 3.4324859343534015
l'intégrale de rang 5 est 2.92310725142066
l'intégrale de rang 6 est 2.546893414663707
l'intégrale de rang 7 est 2.2572830205417205
l'intégrale de rang 8 est 2.027272758853904
l'intégrale de rang 9 est 1.8400820935025308
l'intégrale de rang 10 est 1.6847159881623597
l'intégrale de rang 11 est 1.5536610534017115
>>>
```

Problème 2 : Complexes et médiatrices

Partie A.

3 **1.** La tangente en *B* au cercle *C* est la droite perpendiculaire en *B* à (*AB*), donc la perpendiculaire à l'axe *Ox* passant par *B*. Une équation cartésienne en est l'équation $x = 2$ et une caractérisation complexe en est l'équation $z + \bar{z} = 4$.

2. $M(z) \in C \iff AM = 1 \iff |z-1| = 1 \iff \exists\theta \in \left]-\pi\,;\,+\pi\right] : z - 1 = \cos(\theta) + i.\sin(\theta)$ où θ est l'argument du nombre complexe $z - 1$ qui appartient à l'intervalle $\left]-\pi\,;\,+\pi\right]$.

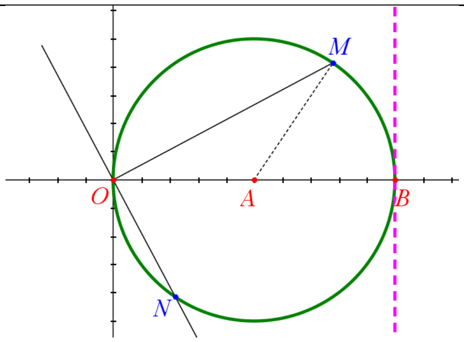
Cette dernière condition équivaut à $M(z) = M_\theta$.

3. $M_0 = B$

4. Lorsque $\theta = \pi$, le point M_θ est confondu avec le point *O* et la droite (OM_θ) n'est pas définie. Sinon, le point M_θ a une abscisse strictement positive. La droite (OM_θ) est définie et non parallèle à la droite *T*.

5. Il faut supposer non seulement θ non nul mais aussi $\theta \neq \pi$ car si $\theta = \pi$, on ne peut pas parler de « triangle rectangle de sommet *O* ».

Cette réserve étant faite, soit M_θ le point d'affixe $z = 1 + \cos(\theta) + i.\sin(\theta)$.

Le triangle *OMN* est rectangle en *O* si et seulement si les points *M* et *N* sont diamétralement opposés sur le cercle *C*, c'est-à-dire si et seulement si *N* est le point d'affixe $z' = 1 - \cos(\theta) - i.\sin(\theta)$. Ce point *N* est le point $M_{\theta-\pi}$ lorsque $\theta > 0$ et le point $M_{\theta+\pi}$ lorsque $\theta < 0$.	

Partie B.

1. Dans cette partie $\theta = \frac{2\pi}{3}$ donc $\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$; $\sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Le point *M* est le point d'affixe : $z_M = 1 + \left(-\frac{1}{2}\right) + i\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Le point *N* est alors le point d'affixe $z_N = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Ce point *N* est le point $M_{-\frac{\pi}{3}}$.

2. Soit *X* un point quelconque du plan d'affixe $z = x + i.y$.

Ce point *X* appartient à la médiatrice de [*MN*] si et seulement si $|z - z_M| = |z - z_N|$, condition équivalente à $\left|(x + iy) - (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})\right|^2 = \left|(x + iy) - (\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})\right|^2$, ce qui amène, calculs effectués, à l'équation cartésienne : $x - y\sqrt{3} - 1 = 0$.

3. Le point *K* a une affixe proportionnelle à celle de *M*, de la forme $z_K = \lambda(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$ avec λ réel, et son abscisse est égale à 2. Ce qui amène à la relation $\lambda = 4$ et à l'affixe : $z_K = 2 + 2i\sqrt{3}$.

Le point *L* a une affixe proportionnelle à celle de *N*, de la forme $z_L = \mu(\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$ avec μ réel, et son abscisse est égale à 2. Ce qui amène à la relation $\mu = \frac{4}{3}$ et à l'affixe : $z_L = 2 - \frac{2}{3}i\sqrt{3}$.

On en déduit l'affixe de *I* : $z_I = \frac{z_K + z_L}{2} = 2 + \frac{2}{3}i\sqrt{3}$

La médiatrice *D'* de [*KL*] est la droite passant par *I* et perpendiculaire à (*KL*), donc parallèle à *Ox* ; il s'agit de la droite d'équation $y = \frac{2}{3}\sqrt{3}$.

5. Si un point est équidistant des quatre points en question, il est à la fois sur la médiatrice de [*KL*] et sur celle de [*MN*]. Cherchons le point d'intersection *R* de ces deux droites :

Les coordonnées $(x\,;y)$ de ce point vérifient le système d'équations : $\begin{cases} y = \frac{2}{3}\sqrt{3} \\ x - y\sqrt{3} - 1 = 0 \end{cases}$

Le point *R* a pour coordonnées : $R\left(3\,;\frac{2}{3}\sqrt{3}\right)$.

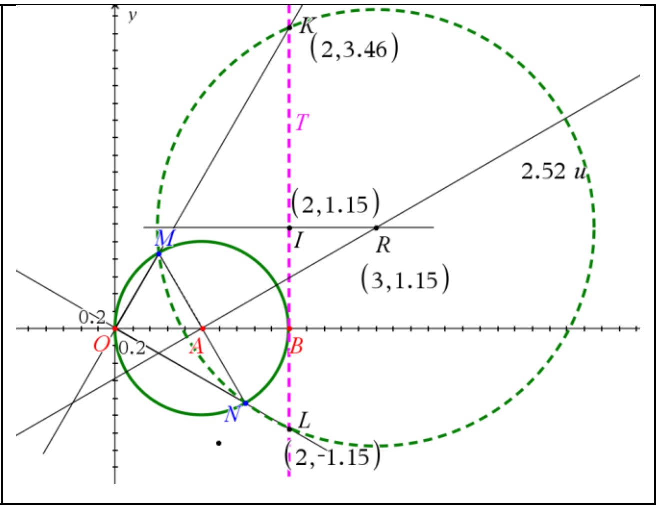
Vérifions que la distance de R aux quatre points est la même :

$$RK = RL = \sqrt{(2-3)^2 + (2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{19}{3}}$$

$$RM = RN = \sqrt{(\frac{1}{2} - 3)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3}\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{19}{3}}$$

Les quatre points K, L, M, N appartiennent au cercle de centre $R\left(3 ; \frac{2}{3}\sqrt{3}\right)$ et de rayon $\sqrt{\frac{19}{3}}$

Figure synthétisant les principaux résultats



.

Problème 3 : Géométrie dans l'espace

Partie A

1. Exprimons les coordonnées de quelques vecteurs utiles :

$\overrightarrow{AB}: \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{BD}: \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Ainsi que : $\overrightarrow{AD}: \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

On vérifie aisément que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$, ce qui exprime que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux et que le triangle *ABC* est rectangle en *A*.

2. On vérifie pareillement que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = 0$, ce qui exprime que le vecteur $\overrightarrow{BD}$ est orthogonal à chacun des deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$. Ces deux vecteurs étant non colinéaires (car non nuls et orthogonaux), le vecteur $\overrightarrow{BD}$ est orthogonal à la direction du plan (*ABC*).

La droite (*BD*) est orthogonale au plan *ABC*.

3. $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{6}$; $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{2}$; $\|\overrightarrow{BD}\| = 2\sqrt{3}$.

On peut considérer que le tétraèdre a pour base le triangle *ABC* et pour hauteur le segment [*BD*].

En conséquence, le volume du tétraèdre *ABCD* est : $\frac{1}{6}\|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \|\overrightarrow{BD}\| = 2$.

4. Un point $M(x\,;y\,;z)$ appartient au plan (*ACD*) si et seulement si le vecteur $\overrightarrow{AM}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$. Or les trois vecteurs $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont des vecteurs liés si et seulement si $\det\begin{pmatrix} x+1 & 0 & 4 \\ y-2 & 1 & 1 \\ z-4 & -1 & 1 \end{pmatrix} = 0$.

Ce qui conduit à l'équation cartésienne : $x - 2y - 2z + 13 = 0$ qui est une équation cartésienne du plan (*ACD*).

5. Au vu de l'équation cartésienne obtenue, un vecteur normal au plan (*ACD*) est $\vec{n}$: $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

La droite passant par *B* et de vecteur directeur $\vec{n}$ a pour équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - 2\lambda \\ z = 3 - 2\lambda \end{cases} \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Cherchons pour quelle valeur du paramètre un point *H* de cette droite appartient au plan (*ACD*). Pour cela, il faut que l'équation de ce plan soit vérifiée : $(1+\lambda) - 2(1-2\lambda) - 2(3-2\lambda) + 13 = 0$.

On obtient $\lambda = -\frac{2}{3}$ et $\begin{cases} x_H = \frac{1}{3} \\ y_H = -\frac{1}{3} \\ z_H = \frac{5}{3} \end{cases}$

6. Considérons le vecteur : $\overrightarrow{HB}$: $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$. Sa norme est $\|\overrightarrow{HB}\| = 2$ et cette norme représente la hauteur issue de *B* dans le tétraèdre *ABCD*.

Le volume du tétraèdre, déjà calculé et égal à 2, peut être recalculé ainsi :

$$V = 2 = \frac{1}{3}\|\overrightarrow{HB}\| \times \text{aire}(ACD) = \frac{2}{3}\text{aire}(ACD)$$

Ce qui donne : $\text{aire}(ACD) = 3$

Problème 4 : Equation fonctionnelle

L'équation fonctionnelle (E) est : $f(x+y)\times f(x-y)=\big(f(x)\big)^2\times\big(f(y)\big)^2$

8

Partie A. Exemple

1. Pour *m* réel, soit f_m définie sur $\mathbb{R}$ par : $x\longmapsto\ f_m(x)=\mathrm{e}^{mx^2}$.

Alors : $f_m(x+y)\times f_m(x-y)=\mathrm{e}^{m(x+y)^2}\times\mathrm{e}^{m(x-y)^2}=\mathrm{e}^{2mx^2}\times\mathrm{e}^{2my^2}=\left(e^{mx^2}\right)^2\times\left(e^{my^2}\right)^2$.

Il faut se rendre à l'évidence, on obtient bien $f(x+y)\times f(x-y)=\big(f(x)\big)^2\times\big(f(y)\big)^2$.

La famille des fonctions f_m est une famille de fonctions qui vérifient l'équation fonctionnelle (E).

Partie B. Propriétés

1. $x^4=x^2\ \Leftrightarrow\ x^2(x-1)(x+1)=0\ \Leftrightarrow\ x\in\{-1\,;0\,;1\}$.

2. Soit *f* une fonction vérifiant l'équation fonctionnelle.

En écrivant l'équation fonctionnelle lorsque $x=y=0$, on obtient que $(f(0))^2=(f(0))^4$, ce qui exprime que $f(0)$ est solution de l'équation résolue dans la question précédente.

Donc $f(0)\in\{-1\,;0\,;1\}$.

3. En écrivant cette même équation fonctionnelle avec *x* réel et $y=0$, on obtient :

$$f(x)\times f(x)=\big(f(x)\big)^2\times\big(f(0)\big)^2$$

Si $f(0)=0$, cette relation implique que pour tout réel *x* : $f(x)\times f(x)=0$, ce qui n'a lieu que si $f(x)=0$.

Dans ce cas, *f* est la fonction nulle.

4. Supposons qu'il existe un réel non nul *a* tel que $f(a) = 0$.

Ecrivons l'équation fonctionnelle lorsque : $x = y = \frac{a}{2}$. On obtient :

$$f(a) \times f(0) = \left(f\left(\frac{a}{2}\right)\right)^2 \times \left(f\left(\frac{a}{2}\right)\right)^2$$

On en déduit que : $\left(f\left(\frac{a}{2}\right)\right)^4 = 0$ ce qui implique que $f\left(\frac{a}{2}\right) = 0$.

Nous avons démontré : $f(a) = 0 \implies \ f\left(\frac{a}{2}\right) = 0$.

S'il existe *a* non nul tel que $f(a) = 0$, alors on a aussi $f\left(\frac{a}{2}\right) = 0$.

Si l'image de *a* est nulle, l'image de sa moitié est nulle elle aussi.

En itérant ce raisonnement autant de fois que nécessaire (*n* fois), on montre que quel que soit l'entier naturel *n* : $f\left(\frac{a}{2^n}\right) = 0$

Si on fait l'hypothèse de ***continuité en zéro***, cette hypothèse impliquerait que

$$0 = \lim_{n\to\infty} f\left(\frac{a}{2^n}\right) = f(0)$$

Cette hypothèse n'obligerait pas à « admettre » que *f* est la fonction nulle.

5. Supposons qu'il existe deux réels *a* et *b* tels que $\begin{cases} f(a) > 0 \\ f(b) < 0 \end{cases}$.

Appliquons l'équation fonctionnelle avec les nombres $x = \frac{a+b}{2}$ et $y = \frac{a-b}{2}$, nombres que nous choisissons ainsi car de la sorte $x + y = a$ et $x - y = b$.

On obtient :

$$f(a) \times f(b) = f(x+y) \times f(x-y) = \big(f(x)\big)^2 \times \big(f(y)\big)^2 = \left(f\left(\frac{a+b}{2}\right)\right)^2 \times \left(f\left(\frac{a-b}{2}\right)\right)^2.$$

On aboutit ainsi à la relation : $\left(f\left(\frac{a+b}{2}\right)\right)^2 \times \left(f\left(\frac{a-b}{2}\right)\right)^2 = f(a) \times f(b) < 0$.

Un produit de deux carrés serait strictement négatif, c'est absurde. L'hypothèse d'existence de deux réels *a* et *b* tels que $\begin{cases} f(a) > 0 \\ f(b) < 0 \end{cases}$ est à rejeter.

Autrement dit, *f* est ou bien toujours strictement positive ou bien toujours strictement négative.

NB. Une propriété de parité. Soit a un réel donné. Appliquons l'équation fonctionnelle avec les nombres $x = 0$ et $y = a$.

On obtient : $f(a) \times f(-a) = \big(f(0)\big)^2 \times \big(f(a)\big)^2 = \big(f(a)\big)^2$ et on en déduit : $f(-a) = f(a)$

Ce qui montre la parité des fonctions du type recherché. La connaissance de ces fonctions pour les réels positifs implique leur connaissance pour les réels négatifs.

Partie C. Identification.

Soit f une fonction strictement positive vérifiant l'équation fonctionnelle.

1. On sait que $f(0) \in \{-1\,;0\,;1\}$.La seule valeur strictement positive de cet ensemble est $f(0) = 1$ et dans ce cas $g(0) = \ln\big(f(0)\big) = \ln(1) = 0$

2. Si $f(x+y) \times f(x-y) = \big(f(x)\big)^2 \times \big(f(y)\big)^2$ alors :

$$\ln\big(f(x+y) \times f(x-y)\big) = \ln\left(\big(f(x)\big)^2 \times \big(f(y)\big)^2\right)$$

Ce qui implique, compte tenu des propriétés usuelles du logarithme :

$$\ln\big(f(x+y)\big) + \ln\big(f(x-y)\big) = 2\ln\big(f(x)\big) + 2\ln\big(f(y)\big)$$

On obtient ainsi la relation vérifiée par la fonction g :

$$g(x+y) + g(x-y) = 2g((x) + g(y))$$

3. Démontrons par récurrence sur deux rangs consécutifs la propriété « Pour tout entier naturel n : $g(n) = n^2 \times g(1)$ »

Initialisation : La propriété est vraie pour $n = 0$ puisque $g(0) = 0$ et triviale pour $n = 1$. Elle est donc initialisée aux deux rangs 0 et 1.

Hérédité : Supposons que la propriété soit vérifiée pour deux rangs consécutifs $n-1$ et n. C'est-à-dire supposons que $\begin{cases} g(n-1) = (n-1)^2 g(1) \\ g(n) = n^2 g(1) \end{cases}$

Appliquons la relation vérifiée par la fonction g avec $x = n$ et $y = 1$:

$$g(n+1) + g(n-1) = 2g((n) + g(1))$$

Compte tenu de l'hypothèse de récurrence sur les deux rangs consécutifs :

$$g(n+1) + (n-1)^2 g(1) = 2n^2 g(1) + 2g(1)$$

Ainsi :

$$g(n+1) = (2n^2 - (n-1)^2 + 2) \times g(1) = (n^2 + 2n + 1) \times g(1) = (n+1)^2 \times g(1)$$

La propriété est encore vraie pour le rang $n+1$. (Elle est donc vraie aux rangs consécutifs *n* et $(n+1)$).

$$\begin{cases} g(n-1) = (n-1)^2 g(1) \\ g(n) = n^2 g(1) \end{cases} \Rightarrow \; g(n+1) = (n+1)^2 g(1)$$

Etant initialisée aux rangs 0 et 1 et étant héréditaire, cette propriété est vérifiée pour tout entier naturel *n*.

4. Sortons des clous. Démontrons que, pour tout couple d'entiers naturels $(n\,;p)$:

$$g\left(\frac{n}{2^p}\right) = \left(\frac{n}{2^p}\right)^2 \times g(1)$$

Pour cela, fixons un entier naturel *n* et raisonnons par récurrence sur *p* :

Initialisation : La question précédente a montré que $g(n) = n^2 g(1)$, c'est-à-dire que $g\left(\frac{n}{2^0}\right) = \left(\frac{n}{2^0}\right)^2 \times g(1)$. La propriété à démontrer est vérifiée lorsque $p = 0$.

Hérédité : Supposons que pour un certain entier *p* : $g\left(\frac{n}{2^p}\right) = \left(\frac{n}{2^p}\right)^2 \times g(1)$.

Appliquons la relation vérifiée par la fonction *g* avec $x = y = \frac{n}{2^{p+1}}$. (Dans ce cas, $x + y = \frac{n}{2^p}$).

On obtient : $g\left(\frac{n}{2^p}\right) + g(0) = 2g\left(\left(\frac{n}{2^{p+1}}\right) + g\left(\frac{n}{2^{p+1}}\right)\right)$ soit : $g\left(\frac{n}{2^p}\right) = 4g\left(\frac{n}{2^{p+1}}\right)$ et compte tenu de l'hypothèse de récurrence : $\left(\frac{n}{2^p}\right)^2 \times g(1) = 4g\left(\frac{n}{2^{p+1}}\right)$.

On aboutit ainsi à la relation : $g\left(\frac{n}{2^{p+1}}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{n}{2^p}\right)^2 \times g(1) = \left(\frac{n}{2^{p+1}}\right)^2 \times g(1)$, ce qui montre que :

$g\left(\frac{n}{2^p}\right) = \left(\frac{n}{2^p}\right)^2 \times g(1) \;\Rightarrow\; g\left(\frac{n}{2^{p+1}}\right) = \left(\frac{n}{2^{p+1}}\right)^2 \times g(1)$, la propriété à démontrer est héréditaire.

Etant initialisée au rang zéro et héréditaire, la relation $g\left(\frac{n}{2^p}\right) = \left(\frac{n}{2^p}\right)^2 \times g(1)$ est vérifiée pour tout entier naturel *p* et ceci quel que soit l'entier *n* fixé.

Or, on sait que les nombres rationnels de la forme $\frac{n}{2^p}$ où *n* est un entier relatif et *p* un entier naturel constituent un sous ensemble dense dans l'ensemble des réels.

Ainsi par exemple, tout réel *x* est la limite de la suite de rationnels (r_p) définie par $r_p = \frac{E(2^p x)}{2^p}$, la fonction *E* désignant la partie entière.

En supposant la fonction *g* ***continue sur*** $\mathbb{R}$, on obtient que pour tout *x* positif : $g(x) = x^2 \times g(1)$ car $g(x) = \lim\limits_{p\to\infty} g(r_p) = \lim\limits_{p\to\infty} (r_p)^2 \times g(1) = x^2 \times g(1)$ sans avoir à « admettre » cette propriété.

12

Revenons aux moutons.

« Admettons » que pour tout réel *x*, et pour tout entier naturel *n* : $g(nx) = n^2 g(x)$.

Soit *p* un entier strictement positif. Appliquons cette propriété admise avec $n = p$ et $x = \frac{1}{p}$:

$g(1) = g\left(p \times \frac{1}{p}\right) = p^2 g\left(\frac{1}{p}\right)$. En conséquence : $g\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{1}{p^2} \times g(1)$.

En appliquant maintenant cette même propriété avec $x = \frac{1}{p}$ et un entier naturel *n*, on obtient :

$g\left(\frac{n}{p}\right) = \frac{n^2}{p^2} \times g(1)$.

5. Si on « admet » par-dessus le marché que $g(x) = x^2 \times g(1)$, on obtient :

$$f(x) = \mathrm{e}^{g(x)} = \mathrm{e}^{x^2 \times g(1)}$$

En posant $m = g(1)$:

$$f(x) = \mathrm{e}^{g(x)} = \mathrm{e}^{m.x^2}$$

Les fonctions qui sont solution de l'équation fonctionnelle sont, sans grande surprise, les fonctions de la famille étudiée dans la partie A.

NB. On peut être consterné par les mathématiques de Guignol illustrés par cet exercice, où l'on « admet » à tour de bras et où les résultats significatifs sont tous parachutés façon Kolwesi. Exercice qui sert pourtant à sélectionner des futurs profs de Maths, censés promouvoir dans leur métier une « démarche scientifique ». Ce n'est pas une bonne nouvelle.