

ESD2017_15. Probabilités

Sujet à rapprocher de ESD2014E_13

1. Le sujet

Exercice

On souhaite savoir si une entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis du personnel féminin. S'il n'y a pas de discrimination, la proportion de femmes dans cette entreprise doit être représentative de la proportion de femmes dans la population active. On admet que la proportion de femmes dans la population active est 0,5.

1. En utilisant un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, déterminer si on peut affirmer qu'une entreprise comprenant 1183 femmes sur 2539 salariés exerce une discrimination à l'égard des femmes.
2. Selon cette méthode, estimer le nombre maximal de femmes en dessous duquel on peut affirmer que l'entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis du personnel féminin.

Les réponses de deux élèves d'une classe de seconde à la question 1

Elève 1

Comme l'échantillon est supérieur à 25, on utilise la formule $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$. On fait

$\left[\frac{1183}{2539} - \frac{1}{\sqrt{2539}} ; \frac{1183}{2539} + \frac{1}{\sqrt{2539}} \right] = [0,45 ; 0,49]$. Comme 0,5 est supérieur à cet intervalle, l'entreprise exerce une discrimination à l'égard des femmes.

Elève 2.

À l'aide d'un tableur, j'ai simulé l'embauche de 2539 salariés avec la probabilité $p = 0,5$ que la personne recrutée soit une femme. J'ai compté le nombre de femmes et j'obtiens 1241 femmes soit une fréquence de 0,49. Si je recalculé la feuille alors parfois la fréquence dépasse 0,5. Je pense que ça dépend des cas, il faudrait trouver un autre moyen pour savoir.

Le travail à exposer devant le jury

1. Analyser les productions de ces deux élèves, en mettant en évidence les compétences mobilisées et les erreurs éventuelles.
2. Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
3. Proposez trois exercices sur le thème *probabilités* dont l'un au moins se situe au niveau collège. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences qu'ils permettent de développer chez les élèves.

2. Éléments de correction

Un exercice caricatural et des productions d'élèves d'opérette, voici un sujet d'un niveau général bien médiocre.

L'exercice est en effet caricatural :

- La proportion de femmes dans la population active n'est pas 0,5 (l'INSSE donne plutôt 0,48 ce qui change la donne). Un minimum d'honnêteté lorsqu'on propose un exercice contextualisé de statistiques est de se référer à une source ^{g)} crédible et de citer sa source.
- Cette proportion au sein d'une entreprise n'est pas indépendante du type d'emploi que cette entreprise propose. En faire abstraction est une faute. Par exemple, si l'on reprenait dans un autre contexte les hypothèses de cet exercice, on démontrerait sans trop de peine que l'Education Nationale elle-même exerce une terrible discrimination à l'égard des hommes dans l'enseignement du premier degré.

Quant aux productions d'élèves, se munir d'une langue en bois de laurier, en bois de chêne ou mieux en bois de rose ramené de Formose pour y trouver des compétences.

1. Analyse de travaux d'élèves.

Elève 1.

Cet élève confond la notion d'intervalle de fluctuation avec celle d'intervalle de confiance.

En réalité il teste involontairement, en se basant sur la proportion de femmes observée dans cette entreprise, si l'hypothèse que la proportion p_f de femmes dans la population active globale est $p_f = 0,5$ peut être acceptée ou doit être rejetée. Il construit un intervalle de confiance dans lequel, avec une probabilité au moins égale à 95 %, p_f devrait se trouver. On note qu'un arrondi n'est pas dans le bon sens (l'intervalle « arrondi » doit contenir l'intervalle « exact »), il aurait dû proposer ^{g) julia 2017} $[0,44 ; 0,49]$ ou $[0,446 ; 0,486]$.

Curieusement, alors que sa démarche ne répond pas aux consignes de l'exercice, il a une vision de la situation manifestement meilleure que l'auteur de l'exercice puisque son résultat amène à rejeter ladite hypothèse.

Bougnègue.

Selon ses habitudes, Bougnègue a dégainé son tableur et a construit une simulation dont l'auteur du sujet n'a pas jugé bon de nous informer. L'hypothèse la plus probable est qu'il a construit un tableau à 2539 lignes, chacune représentant l'embauche d'une personne, et qu'il a dénombré les embauches féminines.

Ensuite, il a merdé.

Bougnègue propose lui-même une aide qu'on peut lui apporter : « il faudrait trouver un autre moyen pour savoir ».

2. Une correction de l'exercice.

Cette correction tient en quelques lignes.

1. Les conditions usuelles de construction d'un intervalle de fluctuation étant visiblement vérifiées, un tel intervalle de fluctuation au seuil de 95 % autour de la proportion de femmes dans l'ensemble de la population active, soit 0,5 selon les hypothèses, et pour un échantillon de 2539 individus est :

$\left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{2539}} ; \text{g) julia 2017} 0,5 + \frac{1}{\sqrt{2539}} \right]$, intervalle inclus dans $[0,48 ; 0,52]$ qui est un intervalle de fluctuation

au même seuil. Puisque $\frac{1183}{2539} < 0,47$, cette fréquence est extérieure à l'intervalle de fluctuation.

Il faut se rendre à l'évidence, cette entreprise discrimine. Au bûcher son directeur !

2. Il s'agit de trouver le plus grand entier n tel que : $\frac{n}{2539} < 0,5 - \frac{1}{\sqrt{2539}}$, c'est-à-dire tel que $n < \frac{2539}{2} - \sqrt{2539}$. Une calculatrice donne : $n = 1219$.

3. Faut-il sauver l'élève Bournègue ?

« Pour aller plus loin »

Une aide hypothétique serait de proposer d'utiliser un nombre aléatoire binomial, **randBin**, pour simuler, en un seul calcul, l'embauche des 2539 employés. Ci contre, le programme **bougne** est affecté du nombre e de simulations de l'embauche d'un ensemble de 2539 employés que l'on se propose de faire, cet entier étant supposé « assez grand ». Les résultats obtenus sont listés dans une liste **I** dont on fait afficher le cinquième centile ainsi que le premier entier $I[k]$ tel que au moins 2,5 % des valeurs sont inférieures ou égales à $I[k]$.

Comme le montrent les exécutions du programme ci-contre, on parvient à deux seuils d'exception l'un de l'ordre de 1225 (correspondant à un test unilatéral, on écarte les 5 % de valeurs « anormalement basses »), l'autre de l'ordre de 1217 (correspondant à un test bilatéral, on écarte les 2,5 % de valeurs « anormalement basses » et on écarterait la même proportion de valeurs « anormalement hautes »).

Le nombre 1183 étant au dessous de ces seuils d'exception, selon les hypothèses de l'exercice Bournègue peut conclure, au seuil 95 %, à une discrimination et ce quel que soit le test, unilatéral ou bilatéral, qu'il utilise.

Bref, une petite usine à gaz.

```

"bougne" enregist. effectué
Define bougne(e)=
Prgm
Local K
newList(e)→I
For K,1,e
randBin(2539,0.5)→I[K]
EndFor
©gilbertjulia2017
SortA I
Disp {I[ceil(0.05 e)],I[ceil(0.025 e)]}
EndPrgm
  
```

4. Commentaires

4.1. Ce type d'exercice, j'ai déjà eu l'occasion de le dire dans quelques autres sujets, me laisse toujours un sentiment de malaise. Les hypothèses posées par l'énoncé sont manifestement puériles. Il s'ensuit une conclusion de gobe-mouches. Que chaque enseignant prenne garde, multiplier ce genre d'exercices à la contextualisation approximative est de nature à discréditer l'enseignement des mathématiques, si l'on ne prend pas quelques précautions.

Pour éviter cet écueil, il me semble capital de prévoir un moment, à la fin de la synthèse, pour réfléchir sur le sens du travail fait. En l'occurrence, il serait important d'attirer l'attention des élèves : « voilà, en se basant sur l'hypothèse X , on parvient à la conclusion Y , que pensez-vous de tout cela ? ». Il s'agit d'apprendre à relativiser et à critiquer. Le traitement mathématique d'une situation amène à une information décontextualisée qu'il nous appartient d'interpréter et de remettre dans son contexte.

Dans cette situation, l'hypothèse $X =$ « la proportion de femmes dans cette entreprise est représentative de la proportion de femmes dans la population active », purement gratuite, hypothèque la pertinence de la conclusion $Y =$ « discrimination », qu'il convient de modérer.

Peut-être est-ce là que résiderait le principal apprentissage que l'on pourrait tirer de cet exercice. Le professeur de mathématiques est idéalement placé pour développer chez ses élèves l'esprit critique, encore faut-il qu'il en saisisse l'occasion lorsqu'elle se présente. Y compris en acceptant, et en suscitant si besoin est, une remise en cause des énoncés qu'il propose à ses élèves.

4.2. Un exercice contestable et des travaux d'élèves insignifiants ne permettant pas de répondre de façon documentée à la question 1 du jury. Ce sujet est parfaitement représentatif du genre de couillonnades distillées par l'idéologie des compétences. Qui plus est, ce n'est pas la pire. Ce sujet-ci contraint les candidats à régurgiter quelques incantations conventionnelles compatibles avec un obscurantiste conformisme institutionnel. Il ne reste à ces candidats que leurs propres exercices pour espérer se démarquer et mettre en valeur leur bon sens.

Vous l'aurez compris, je n'ai pas aimé du tout et mon propos a été cette fois délibérément saboté. Je laisse le soin aux futurs candidats d'entrer dans un type de discours hypocrite et vide de sens cher à cette secte d'idéologues. Le sujet du jour illustre la nécessité impérieuse de s'y entraîner.