ESD 2016_14 : Problème avec prise d'initiative

1. Le sujet

A. L'exercice proposé au candidat

Deux cargos suivent des routes rectilignes et perpendiculaires. Ils avancent à la même vitesse en direction du point de croisement de leurs routes.
Quand le premier est encore à 10 km du point de croisement de leurs routes, l'autre est à 8 km de ce point. Il y a de la brume et la visibilité n'excède pas 1,3 km.
Pourront-ils se voir à un moment de leur parcours ?

B. Les réponses proposées par trois groupes d'élèves de première

Groupe 1
Nous avons utilisé un logiciel de géométrie dynamique. Nous avons créé un curseur a variant de 0 à 10 avec le pas 0,1 puis un point A sur l'axe des abscisses de coordonnées $(10-a\ ;\ 0)$ *et un point B sur l'axe des ordonnées de coordonnées* $(0\ ;\ 8-a)$. *Nous avons fait afficher la distance AB. En déplaçant le curseur, nous avons vu que la distance la plus petite était égale à 1,41. Comme elle est plus grande que 1,3 les deux cargos ne se verront pas.*

Groupe 2
Nous avons fait une figure à la main et nous avons vu que l'on pouvait utiliser le théorème de Pythagore parce que les trajectoires sont perpendiculaires.
Pour faire plus de calculs nous avons utilisé un tableur. Nous avons appelé B le cargo 1 et C le cargo 2 et A le point de croisement de leurs trajectoires. Comme les cargos avancent à la même vitesse, ils parcourent en même temps la même distance. Pour calculer la distance BC nous avons entré la formule $=RACINE(A2*2+B2*2)$ *que nous avons tiré vers le bas. en faisant défiler nous avons vu que la distance la plus petite obtenue était environ 1,414.*
Donc nous pensons que les deux cargos ne pourront pas se voir.

	A	B	C
1	AB	AC	BC
2	10	8	12,806428
3	9,5	7,5	12,103718
4	9	7	11,401754
5	8,5	6,5	10,700467

Groupe 3
On ne connaît pas la vitesse donc on ne peut pas savoir comment ils se croiseront.

C. Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de chaque groupe en mettant en évidence les compétences mobilisées

2. En vous appuyant sur les productions des groupes d'élèves, présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.

3. Proposez deux exercices sur le thème *problèmes avec prise d'initiative* à des niveaux différents. Vous motiverez votre choix.

2. Eléments de correction

Voici un exercice classique de modélisation d'une situation par une fonction. Compte tenu de la nouvelle mode du « tout numérique », il apparaît de nouvelles « méthodes » de traitement de cette situation, illustrées par nos deux personnages aussi fictifs que familiers qui vont « prendre l'initiative » l'un de dégainer le logiciel de géométrie qu'il manie toujours avec la même virtuosité, l'autre un tableur.

On note que les candidats ont sans doute dû faire preuve de bravoure pour rédiger des « relevés de compétences ».

1. Analyse des travaux d'élèves.

1. Groupe Chouquerouste

Ce groupe « élabore une simulation géométrique prenant appui sur la modélisation et utilisant un logiciel » (compétence). Il utilise correctement un curseur pour dynamiser la figure.

La modélisation est pertinente, elle consiste à assimiler les deux cargos à des points mobiles se déplaçant l'un sur l'axe des abscisses l'autre sur l'axe des ordonnées d'un repère orthonormé.

Il n'y a aucune objection à considérer comme recevable la conclusion de ce groupe, groupe qui représente une sorte de prototype de l'élève que l'institution voudrait promouvoir. Il n'est pas interdit de penser qu'il s'agit là d'un vœu chimérique.

2. Groupe Bougnègue

Résolution incomplète.

Ce groupe construit d'abord une figure qui a valeur de support du raisonnement. La modélisation qui en résulte est, implicitement, une modélisation à l'aide de suites. Il est probable qu'ils pensent tabuler avec le pas 0,5 les suites des distances des cargos au point de croisement, puis la suite des distances entre les deux cargos qui résultent de leur tabulation. Mais il faudrait leur faire préciser la signification exacte des deux colonnes *B* et *C* puisqu'elles vont contenir en tirant suffisamment vers le bas des nombres négatifs.

Le tableur ne leur sert pas à modéliser, comme c'était le cas pour le groupe 1, mais à « effectuer un calcul automatisable à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel) », en l'occurrence à tabuler.

On note qu'ils ont conscience que leur travail ne démontre pas formellement que les deux cargos ne se verront pas mais leur permet d'émettre une conjecture. Il reste à la démontrer, c'est ce que l'on peut leur proposer.

3. Groupe Esclafacanyes[1].

Carton rouge à l'auteur du sujet pour le choix de ce texte. Prétendre faire analyser une production aussi inconsistante me paraît clairement incongru, limite irrespectueux vis-à-vis des candidats.

Comment est-il possible de demander sérieusement de « mettre en évidence » des « compétences mobilisées » ? Il me semble que ce choix caractéristique illustre assez bien la fumisterie de l'idéologie des compétences qui prévaut actuellement.

[1] Apparition d'une nouvelle fratrie. Un « Esclafacanyes » est une personne qui rate tout ce qu'elle fait (mot à mot « écrase-roseaux »). On parle par exemple d'équipe d'Esclafacanyes dans le cas d'une équipe de rugby qui perd tous ses matches, même les plus faciles sur leur terrain. De même, un gardien de but qui encaisse des buts casquettes à chaque match ou un joueur de tennis qui se fait toujours éliminer au premier tour est un Esclafacanyes. Un assez bon équivalent français serait « jean-foutre ».

On ne peut savoir si cet attribut est justifié ou non dans le cas de ce groupe d'élèves. Peut-être s'agit-il d'un groupe qui ne sait pas comment démarrer mais va le faire une fois sur la voie, c'est tout ce que je leur souhaite. Aussi, je ne me permettrais pas de les qualifier d'Esclafacanyes sans preuve, ces élèves ne sont pas visés.

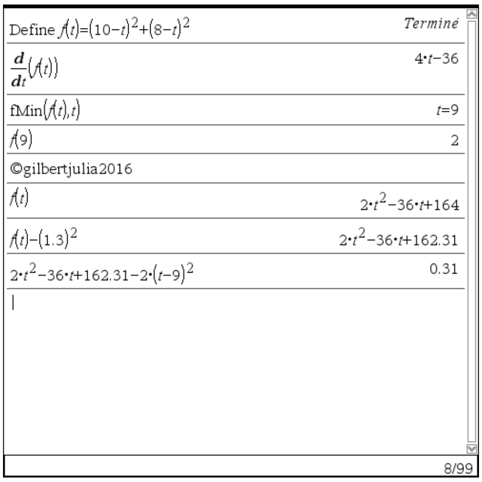
En revanche, j'avoue que cela me démange fortement d'attribuer ce qualificatif à celui ou celle qui a cru bon de placer la production insignifiante de ce groupe d'élèves dans un sujet d'oral de CAPES de Mathématiques. Cette attribution serait amplement méritée : la jean-foutrerie des compétences, c'est même à ça qu'on la reconnaît.

2. Une correction de l'exercice.
Le groupe Esclafacanyes remarque à juste titre qu'on ne connaît pas la vitesse.

- Ou bien on la désigne par *v*.
- Ou bien on choisit comme unité de temps le temps mis par un cargo pour parcourir 1 km, ce qui revient à supposer que $v=1$ (option choisie ci-dessous). On fait remarquer que cela ne restreint pas la généralité.

Le groupe Chouquerouste propose d'utiliser un repère. On explicite et on développe cette idée : à l'instant zéro, un cargo M se trouve en $A(10\ ;\ 0)$ et l'autre N en $B(0\ ;\ 8)$. À l'instant *t*, les cargos se trouveront respectivement en $M\ (10-t\ ;\ 0)$ et en $N\ (0\ ;\ 8-t)$.

De plus, ce groupe a créé un curseur « variant de 0 à 10 », ce qui est un intervalle de variation pertinent : lorsque le premier cargo passe au point de croisement de leurs routes, l'autre y est déjà passé et désormais ils vont s'éloigner l'un de l'autre. S'ils ne se sont pas vus avant, ils ne se verront pas du tout.
On peut étudier la distance qui sépare les deux cargos lorsque *t* appartient à l'intervalle $[0\ ;\ 10]$



On obtient : $MN^2 = f(t) = (10-t)^2 + (8-t)^2$. Chercher s'il existe des valeurs de *t* telles que $MN \leq 1{,}3$ revient à chercher s'il existe des valeurs de *t* appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ 10]$ telles que $MN^2 \leq 1{,}69$.

Il y a plusieurs façons de procéder. Ou bien étudier les variations de *f* et voir si son minimum est ou non plus petit que $1{,}69$ ou bien étudier le signe de $f(t)-1{,}69$.

Un avantage d'étudier les variations de *f* est de pouvoir déterminer la valeur exacte de son minimum. La distance la plus courte qui sépare les deux cargos est obtenue lorsque $t=9$, et elle est égale à : $d_{\min} = \sqrt{f(9)} = \sqrt{2}$. Un cargo sera à 1 km avant le point de croisement et l'autre 1 km après.
On fait le rapprochement avec les résultats 1,41 et 1,414 des élèves (que représentent ces valeurs par rapport à la valeur exacte $\sqrt{2}$ obtenue par le calcul ?). Il s'agit de valeurs approchées, mais on ne connaît pas lorsqu'on utilise l'outil logiciel la qualité de l'approximation.

3. Commentaires

La question qui se pose en ce qui concerne le groupe 3 Esclafacanyes n'est pas une question d'analyse de production, il n'y a rien à analyser ni évidemment aucune compétence à noter. Ce groupe n'est pas entré dans une logique d'étude, stoppé par le fait que la vitesse n'était pas précisée (ce qui lui paraît être une rupture du contrat didactique usuel : « dans l'énoncé d'un exercice, il doit y avoir toutes les valeurs numériques utiles, sinon on ne peut rien faire »).

La question qui se pose est : comment faire en sorte que ce groupe s'approprie la situation et s'engage dans une démarche ? C'est là le plus important.

Dans leur cas, il peut être pertinent de les confronter à la figure dynamique réalisée par le groupe 1 : « quelle que soit la façon de déplacer le curseur, lentement ou rapidement, l'évolution de la distance entre les deux cargos se ressemble, indépendamment de leur vitesse. Vous devez trouver un moyen de calculer cette distance ». On peut aussi leur proposer de choisir eux-mêmes une vitesse quitte à poser la question *après* leur recherche si oui ou non cette donnée a un impact sur le résultat.