

ESD 2014 –13 : Grandeurs et mesures

1. Le sujet

A. L'exercice proposé au candidat

Sur la route des vacances, Audrey a parcouru 1h 30 sur route nationale à une vitesse moyenne de $70 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Le reste du trajet, effectué sur autoroute à vitesse constante, lui a pris 45 minutes. À la fin du trajet, le compteur indique que la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours était de $100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Audrey a-t-elle respecté la limite de vitesse sur autoroute, qui était de $130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$?

B. Les réponses de trois élèves

Élève 1

Sur autoroute, Audrey a mis deux fois moins de temps, elle est donc allée deux fois plus vite, ce qui fait $140 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Elle n'a donc pas respecté la limitation de vitesse.

Élève 2

Sur la route nationale, Audrey a parcouru $70 + 35 = 105 \text{ km}$. Si elle est allée à vitesse maximale sur l'autoroute, elle a parcouru $130 \times 0,45 = 58,5 \text{ km}$.

En tout cela ferait $163,5 \text{ km}$ en $1,75$ heures. Cela fait donc une vitesse inférieure à $100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Audrey n'a pas respecté la limite.

Élève 3

Pour avoir une vitesse moyenne de $100 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, il faut avoir une vitesse v sur autoroute telle que

$$\frac{70 + v}{2} = 100.$$

Donc $70 + v = 200$, d'où $v = 130$. Elle a respecté les limitations de vitesse.

C. Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites, même partielles.
2. Exposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de troisième, en vous appuyant sur les productions des élèves.
3. Proposez deux ou trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*. On explicitera pour chacun d'eux l'objectif pédagogique.

2. Eléments de correction

1. L'exercice porte sur l'étude du mouvement d'un véhicule et a pour objectif le calcul d'une vitesse, ou plutôt la comparaison de cette vitesse avec une vitesse de référence. La question posée est en effet indirecte et autorise plusieurs démarches de résolution.

Les élèves 1 et 3 ont une représentation incorrecte de la situation proposée, tandis que l'élève 2 élabore un raisonnement très intéressant.

Elève 1.

Cet élève a une conception incorrecte de la situation et applique implicitement la propriété « la vitesse est inversement proportionnelle au temps de parcours ». Cette démarche le conduit à ignorer l'hypothèse « Audrey a roulé 45 minutes sur autoroute » et à ajouter l'hypothèse « Audrey a parcouru la même distance sur autoroute que sur route ». Cet élève n'a pas su traiter l'information. Sa « réussite » consiste à connaître la

relation liant distance, vitesse et durée : $v = \frac{d}{t}$.

Pour mettre en défaut sa représentation, on peut lui demander de vérifier sa réponse en calculant effectivement la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours lorsque la vitesse sur autoroute est 140 km.h^{-1} . (Il devrait s'apercevoir qu'Audrey a forcément roulé encore plus vite que ce qu'il pensait, ce qui est une réponse à la question...)

Elève 2.

Sa démarche est originale et correcte : cette démarche consiste à calculer la vitesse moyenne maximale atteinte en respectant la limitation de vitesse et à vérifier si cette vitesse est ou non supérieure à la vitesse moyenne observée 100.

Cependant, cet élève a une notion incorrecte de la mesure du temps : il considère une durée exprimée en heures et minutes comme un nombre décimal d'heures. Selon cette conception erronée, une minute

correspond à $\frac{1}{100}$ ème d'heure et non à $\frac{1}{60}$ ème d'heure. Ses calculs sont de ce fait incorrects et sa réponse n'est pas recevable.

On peut attirer l'attention de cet élève sur le fait que la durée du parcours sur route est dans sa production considérée une fois comme « une heure et demie » et une fois comme 1,3 heure ce qui est incohérent, puis l'inviter à rechercher dans son travail d'autres incohérences de même nature (trois quarts d'heure et 0,45 h par exemple).

Elève 3.

Cet élève applique un théorème en acte : « la vitesse moyenne sur un parcours est égale à la moyenne arithmétique des vitesses », ce qui serait exact seulement si les temps de parcours sur route et sur autoroute étaient égaux. Sa « réussite » est qu'il écrit une équation impliquant la vitesse à calculer, équation qui pourra être revue et corrigée. Son résultat numérique est cohérent avec sa représentation de la situation.

On peut mettre en défaut sa représentation en lui proposant par exemple de calculer la vitesse moyenne sur un parcours de 2 heures à 40 km.h^{-1} puis 1 heure à 100 km.h^{-1} .

2. Plusieurs possibilités pour une correction, suivant la démarche que l'on veut privilégier.

On peut commencer par reprendre la production de l'élève 2. Faire vérifier l'expression des durées et souligner la différence entre le système usuel de mesure du temps et le système décimal : 1 h 30, c'est une heure et demie, cela représente 1,5 h (et non 1,30 nombre qui figure implicitement dans la durée totale 1,75

trouvée par l'élève) et 45 minutes représentent $\frac{45}{60}$ h, c'est-à-dire 0,75 h et non 0,45 h. La distance maximale

parcourue en respectant la limitation de vitesse pendant ce laps de temps est donc 97,5 km et non 58,5 km. On arrive quand même à la conclusion que la vitesse moyenne atteinte en respectant la limitation de vitesse est inférieure à 100, donc que Audrey a roulé plus vite.

On peut se proposer de calculer effectivement la vitesse sur autoroute, et on reprend alors les productions des élèves 1 et 3 en mettant en évidence les hypothèses ajoutées, contredisant celles de l'énoncé. L'un a supposé que les temps de parcours étaient les mêmes, l'autre que les distances parcourues étaient les mêmes.

L'élève 3, compte tenu de sa supposition, arrive à l'équation $\frac{70 + v}{2} = 100$. Comment la corriger ?

Si on désigne par d_r et d_a les distances parcourues respectivement sur route et sur autoroute, par t_r et t_a les durées de parcours respectives, et par v_r et par v_a les vitesses respectives, la vitesse moyenne sur l'ensemble

du parcours se calcule par : $v_m = 100 = \frac{d_r + d_a}{t_r + t_a} = \frac{v_r t_r + v_a t_a}{t_r + t_a}$. On fait le point de « ce que l'on

connaît » pour aboutir à l'équation $100_{\text{gilberjulia 2014}} = \frac{70 \times 1,5 + v_a \times 0,75}{1,5 + 0,75}$, équation que l'on fait résoudre. Il s'avère que Audrey a (très !) largement dépassé la limitation de vitesse.

En synthèse, on peut insister sur l'expression d'une vitesse moyenne sur un parcours à deux ou plusieurs phases dans le cas où les distances parcourues et les durées de parcours ne sont pas les mêmes.

3. Voir REDCM pages 58 à 62.

3. Conclusion

On ne peut corriger l'exercice sans regretter le choix des valeurs numériques¹, aboutissant à une réponse quelque peu surréaliste, ni sans proposer une modification.

Il serait largement préférable d'invertir les deux durées de parcours. Dans ce cas, on obtiendrait l'équation $100_{\text{gilberjulia 2014}} = \frac{70 \times 0,75 + v_a \times 1,5}{0,75 + 1,5}$, ce qui donnerait une vitesse moyenne sur autoroute de 115 km.h^{-1} , résultat tout de même plus « raisonnable » et plus conforme à une éducation à la citoyenneté.

Le professeur se doit de contrôler la vraisemblance des résultats obtenus dans les exercices qu'il propose à ses élèves. Ici, visiblement, le jury attendait les candidats au tournant, s'il est permis de s'exprimer ainsi.

¹ Audrey serait-elle au volant d'une gofast ? 1h 30 sur une nationale à 70 km.h^{-1} , cela correspond parfaitement à une conduite ultrarapide sur la N116, compte tenu de son état plus que délabré et des traversées périlleuses (préhistoriques disent à juste raison certains riverains) d'Olette ou Joncet. Elle a pris ensuite l'autoroute à Perpignan Sud. Consternant scénario ...