ESD 2013 –Trois activités de narration de recherche

Voici regroupés dans un même document trois sujets similaires proposés par le Jury du CAPES.

Il s'agit de trois exercices à l'énoncé court et ouvert, où plusieurs démarches sont envisageables sans qu'aucune d'entre elles ne soit privilégiée ni même suggérée, et dont la résolution nécessite de la part des élèves une grande part de prise d'initiative.

Dans chaque cas, des productions d'élèves accompagnent le sujet. Il s'agit de productions un peu particulières, il faudrait dire des « narrations » plutôt que des productions. En effet, au vu de la tournure de ces travaux d'élèves, de véritables comptes-rendus, parfois très détaillés, il apparaît clairement que le travail demandé relevait de la « narration de recherche[1] ».

Dans ce type d'activité, l'objectif n'est pas d'obtenir un résultat à tout prix. mais plutôt de chercher, d'envisager plusieurs pistes. On peut discuter, débattre, échanger avec d'autres élèves, il n'y a aucune contrainte de bonne fin, mais une exigence de moyens.
Les élèves (souvent répartis par groupes) sont prévenus à l'avance que la solution du problème posé est difficile à trouver. La consigne qui leur est donnée pendant et à l'issue et leur recherche est d'exposer par écrit le plus sincèrement et le plus clairement possible, toutes les pistes suivies, non seulement celles qui ont permis une avancée mais aussi celles qui n'ont pas abouti (dans ce cas, il leur est demandé de dire pourquoi à leur avis « ça n'a pas marché »).

Le but pour l'enseignant est de valoriser la recherche proprement dite, de favoriser une prise de conscience de l'intérêt à « chercher sans forcément trouver » et à envisager plusieurs pistes de résolution d'un même problème, d'apprendre à communiquer clairement sa démarche.

Une telle activité a un sens lorsque les élèves disposent d'outils permettant une investigation suffisamment fructueuse mais pas encore d'outils décisifs ouvrant une voie de résolution évidente du problème posé. C'est pourquoi on va voir dans deux des cas présentés des problèmes proposés « en anticipation » à un niveau de classe antérieur au niveau classe où la situation prendrait communément sa place.

Après la phase de recherche, et la récolte des productions d'élèves, l'enseignant a pour rôle de mettre au point une synthèse de l'activité.
Une telle activité étant centrée sur la recherche, une correction magistrale ne peut en aucun cas convenir. Il est préférable de provoquer une confrontation entre les différentes démarches, les comparer, éventuellement suggérer une nouvelle démarche non explorée.
L'enseignant peut soit relancer la recherche après une synthèse provisoire des pistes les plus prometteuses, soit, si certaines résolutions ont abouti, les utiliser pour faire mettre au point une correction de l'exercice.

[1] À consulter absolument à ce propos : les travaux sur ce type d'activité du groupe Géométrie de l'IREM Montpellier, en particulier ceux d'Arlette CHEVALIER.

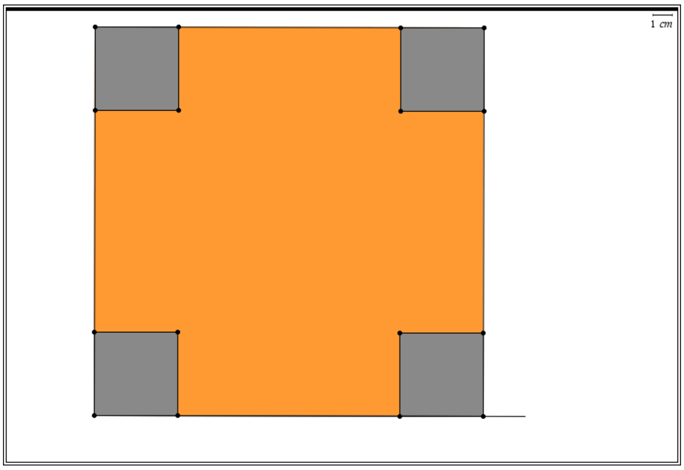
ESD2013 - 10. Problèmes avec prise d'initiative

1. Le sujet

A. L'exercice proposé au candidat

ABCD est un carré de côté 10 cm. On enlève un même carré à chaque coin de *ABCD* pour obtenir le patron d'une boîte. Comment obtenir une boîte dont le volume sera maximal ?

Expliquez votre démarche même si elle n'aboutit pas.



B. Les démarches de trois élèves de seconde

Élève 1

Il faut trouver une longueur, une largeur et une hauteur puis les multiplier. Avec une longueur de 6 cm et une largeur de 6 cm, on a une hauteur de 2 cm et le volume est égal à 72 cm^3.
Avec une longueur de 4 cm et une largeur de 4 cm, on a une hauteur de 3 cm et le volume est égal à 48 cm^3.
En essayant d'autres valeurs, on trouve un volume maximal de 72 cm3.

Élève 2

Je procède par tâtonnements :
$2\times6\times6 = 72$; $1,5\times7\times7 = 73,5$; $1;75\times6,5\times6,5 = 73,9375$; $1,7\times6,6\times6,6 = 74,052$
Mais on ne connaît pas le maximum, on pourra toujours trouver plus. Il faudrait tracer une courbe sur la calculatrice. La formule est $(10-2x)\times(10-2x)\times x$.
D'après la courbe de cette fonction, le maximum est 74,0740741 *pour* x = 1;66666666.

Élève 3

Je procède par raisonnement. Le volume maximal doit correspondre à une forme particulière. Comme la boîte est un pavé, la seule forme particulière est un cube. Il faut donc retirer exactement $\frac{10}{3}$ *de cm pour un volume de* $\frac{1000}{27} \approx 37,04\ cm^3$.

C. Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et l'origine de ses éventuelles erreurs. Comment l'élève 2 a-t-il pu obtenir ces valeurs finales ?

2. Proposez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe.

3. Présentez deux ou trois exercices avec **prise d'initiative**.

2. Eléments de correction

L'exercice est un problème d'optimisation classique que le lecteur retrouvera facilement dans de nombreux manuels des classes de première.

Sa résolution usuelle amène à maximiser une fonction polynôme du troisième degré, résolution qui mobilise l'outil de la dérivation, conformément aux programmes de la classe de première. Ce problème est pourtant présenté ici au niveau d'une classe de seconde. Les élèves de cette classe vont donc proposer une démarche personnelle.

Le choix d'un carré « de côté 10 cm » est judicieux car le volume maximal de la boîte n'est pas obtenu en enlevant un carré de côté un nombre entier ou un nombre décimal simple. Ce choix met en échec les démarches de type « essais et erreurs », comme le reconnaît lui-même l'élève 2.

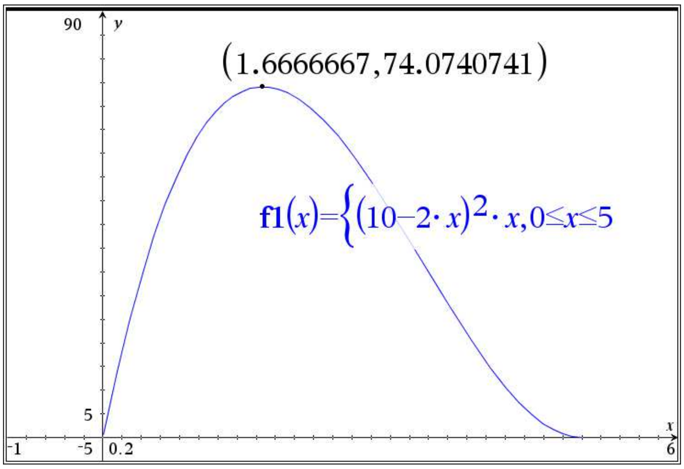
1. Analyse des travaux d'élèves

Elève 1 :
Démarche non aboutie. Cet élève a procédé par essais et erreurs, en prenant comme paramètre le côté de la boîte. Il a très probablement testé les valeurs 8, 6, 4 et 2 et uniquement elles (sinon, il aurait testé 7 et trouvé un volume maximal égal à 73,5).
Réussites : Cet élève a su analyser le problème, il fait preuve d'une bonne compréhension de la situation. Les volumes calculés lorsque le côté de la boîte est 8 puis 6 cm sont exacts.
Origines des erreurs : Il attribue au côté de la boîte des valeurs entières paires, de façon que la hauteur de la boîte soit elle aussi mesurée par un nombre entier.

Elève 2 :
Démarche aboutie et solution correcte. Cet élève a procédé d'abord par essais et erreurs, en prenant comme paramètre la hauteur de la boîte, paramètre auquel il a attribué des valeurs entières puis décimales pour mieux cerner la valeur idéale. Il a ensuite changé de stratégie en considérant ce paramètre comme une variable lui permettant de décrire correctement la situation au moyen d'une fonction.
Réussites : Cet élève a su

- S'engager dans une démarche expérimentale, la critiquer et prendre conscience de ses limites.
- Adopter une nouvelle démarche en traduisant la situation en langage mathématique.
- Traiter mathématiquement le problème de maximisation qui se posait à lui avec les moyens dont il disposait (utilisation pertinente de sa calculatrice plus particulièrement de l'outil d'analyse graphique « maximum d'une fonction »).

Même si la calculatrice est en mode Exact, la recherche du maximum d'une fonction sur l'écran graphique se fait par résolution numérique, en mode Décimal. On peut penser que cet élève a cherché à voir si « l'écriture du nombre s'arrêtait » en augmentant le nombre de décimales affichées.
On attendait plutôt un 7 comme dernière décimale inscrite. Peut-être cet élève veut-il exprimer que la valeur de *x* solution a une écriture décimale illimitée faite d'une suite de « 6 ».
Cet élève n'a toutefois pas reconnu que cette écriture décimale était probablement celle d'un nombre rationnel simple.



Elève 3 :
Cet élève procède non par raisonnement comme il le prétend mais par analogie avec des problèmes qu'il a déjà rencontrés (par exemple rectangle de périmètre donné et d'aire maximale). Sa réponse est basée sur une idée préconçue.
De ce fait, cet élève n'a pas respecté la consigne de recherche propre à l'exercice. Dès lors, il paraît difficile de parler d'une quelconque réussite.

2. Correction de l'exercice.

La correction dépend de la classe à laquelle on s'adresse. Nous restons ici au niveau de la classe de seconde à laquelle sont censés appartenir les trois élèves ayant fourni leur production. Dans une classe de première, la correction serait différente.

Dans le cadre d'une narration de recherche, la correction a tout intérêt à s'appuyer sur les démarches des élèves. Elle doit ensuite, autant que possible, s'enrichir d'une démonstration du résultat accessible au niveau de classe où l'on se place.

- On peut commencer par contester le « raisonnement » de l'élève 3, l'élève 2 par exemple trouve des boîtes nettement plus performantes que la sienne. Il est peut-être vrai que « le volume maximal correspond à une forme particulière », l'avenir le dira, mais dire que « la seule forme particulière (d'un pavé) est un cube » procède d'une croyance et non d'une preuve.

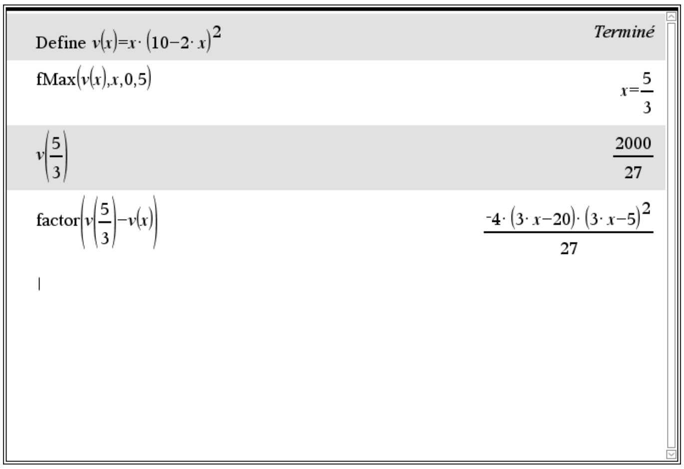
- Ensuite, on peut exploiter la production de l'élève 1. Il a dû obtenir à peu près le tableau ci-contre. Il apparaît que volume de la boîte varie lorsqu'on fait varier la hauteur. Y a-t-il cependant une raison de penser que les dimensions du pavé idéal sont des nombres entiers ? Que se passe-t-il pour une boîte de côté 7 cm ? Peut-on faire mieux ?

	A hauteur	B coté	C volume	D	E	F
=	=seq(x,x,1,4)	=10−2*hauteur	=hauteur*coté^2			
1	1	8	64			
2	2	6	72			
3	3	4	48			
4	4	2	16			
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

A **hauteur**:=seq(x,x,1,4)

- L'élève 2 fournit la production la plus intéressante. Il a trouvé mieux que le précédent et a mis en évidence les limites d'une démarche « par tâtonnement ». On fait expliciter ce que représente pour lui le « x » figurant dans sa « formule », puis dans à quel intervalle peut appartenir x, et enfin formaliser l'idée de cet élève : le volume de la boîte est une fonction de x. Cette fonction est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]_{gj2014}$ par : $V(x) = x(10-2x)^2$. Il s'agit de déterminer quel est le maximum de cette fonction sur l'intervalle $[0\ ;\ 5]$.
- Comment obtenir le maximum de cette fonction alors que l'on ne sait pas encore étudier les variations de ce type de fonction ? On s'intéresse à l'écran graphique obtenu par l'élève 2. Cet écran repère un maximum pour $x = 1{,}666666$ et fournit une solution recevable au problème posé. Que représente cette écriture ? Peut-on conjecturer la valeur exacte qui est « probablement » sous-jacente ?

- Y a-t-il d'autres outils de la calculatrice permettant de repérer un maximum ? Le moment est venu éventuellement de parler de l'outil **fMax** présent dans le module de calcul formel de la calculatrice. Cet outil affiche bien $x=\frac{5}{3}$
- Il reste à prouver ce résultat. Si le résultat est-exact, il doit y avoir une raison justifiant que, sur l'intervalle $[0\,;\,5]$, $V\left(\frac{5}{3}\right)-V(x)_{gjulia2014} \geq 0$. L'outil **factor**[2] donne : $V\left(\frac{5}{3}\right)-V(x)=\frac{36}{27}\left(\frac{20}{3}-x\right)\left(\frac{5}{3}-x\right)^2$ Sur l'intervalle $[0\,;\,5]$, $\frac{20}{3}-x>0$ et il en découle que pour tout x de cet intervalle : $V\left(\frac{5}{3}\right)-V(x)\geq 0$.



- Il est établi que le volume de la boîte est maximal quand $x=\frac{5}{3}$. Dans ce cas, la boîte a bien une « forme particulière », comme le prévoyait l'élève 1, elle est deux fois plus large que haute.

3. Tout problème ouvert dans lequel intervient une démarche d'investigation. Voir REDCM pages 14 à 16 ainsi que page 22.

[2] Il n'y a pas lieu dans ce contexte de faire effectuer ces calculs complexes « à la main ». Cette activité où le moment de recherche est privilégié donne au contraire l'occasion de découvrir ou d'approfondir certains outils de calcul formel déchargeant les élèves de telles tâches.

ESD 2013 – 12 : Fonctions et inéquations

1. Le sujet

A. L'exercice proposé au candidat

Étant donné un repère orthonormal du plan, on note (C) la courbe représentative de la fonction $x \mapsto x^2$ et D la droite d'équation $y = 2x + p$ où p désigne un nombre réel quelconque.
Étudier en fonction du réel p les positions respectives de la parabole (C) et de la droite D.

B. Les comptes rendus de deux élèves de première S.

Élève 1
Avec un logiciel, nous avons tracé la parabole et la droite d'équation $y = 2x + p$ *pour plusieurs valeurs de p et nous avons remarqué que lorsque p vaut* -1, *la droite est tangente à la courbe et la parabole est au dessus de la droite ; lorsque p est entre* $-\infty$ *et* -1, *la droite est en dessous de la parabole.*
Dans les autres cas la droite coupe la courbe en deux points et la courbe est d'abord au-dessus de la droite, passe en dessous et revient encore au-dessus.

Élève 2
Nous cherchons quand la parabole est au-dessus de la droite D. Nous devons alors résoudre :
$x^2 > 2x + p \Leftrightarrow x^2 - 2x - p > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 - p > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > p + 1$
Quand $p \geq -1$*, c'est faux. Quand* $p < -1$*, cela fonctionne. Ainsi quand* $p < -1$*, la parabole est au dessus de la droite.*

C. Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez les productions des deux élèves. Quelles compétences peut-on déceler et quelles sont celles qu'il convient de développer ?

2. Exposez une correction de l'exercice telle que vous le feriez devant une classe de première S.

3. Présentez deux ou trois problèmes sur le thème **fonctions**, dont l'un au moins amène à résoudre une inéquation.

2. Eléments de correction

L'exercice a pour objectif l'étude de la position relative d'une courbe et d'une droite dépendant d'un paramètre. En proposant une telle famille de droites dépendant d'un paramètre, thème qui ne figure explicitement dans aucun programme des classes de lycée, l'enseignant veut probablement amener ses élèves à faire eux-mêmes le lien entre le problème graphique « position relative de deux courbes » et sa traduction algébrique « résolution d'une inéquation » ou mieux « signe d'une expression ».
Il semble que les élèves ont travaillé par groupes (« nous … »), chaque groupe rédigeant un compte-rendu de ses recherches. Il s'agit d'un dispositif fréquent dans le cas d'une activité de type « narration de recherche ».

1. Les deux groupes d'élèves optent pour des stratégies très différentes. Le premier groupe se livre à une expérimentation tandis que le second préfère une traduction algébrique. Les deux rapporteurs s'expriment de façon correcte et savent communiquer clairement leurs résultats. Pour autant, aucune des deux démarches décrites n'est aboutie.

Groupe 1	**Groupe 2**
Ce groupe modélise la situation sur un logiciel de géométrie. Les élèves de ce groupe tracent la parabole (C) ainsi qu'une droite variable (par exemple une droite parallèle à la droite d'équation $y = 2x$ passant par un point mobile). Ils tirent des « remarques » pertinentes de leurs observations, mais ces « remarques » ne sont pour l'instant que des « conjectures » et n'ont pas le statut de « conclusions ».	Ce groupe décide de déformer le problème posé en cherchant dans quel cas la parabole reste toujours au dessus de la courbe. Il traduit cette position particulière à l'aide d'une inéquation. Ce faisant, les élèves de ce groupe ébauchent une discussion sans pour autant faire aboutir leur démarche (ils cherchent dans quel cas l'inégalité est vérifiée pour tout réel *x*).
Ce groupe sait : • Modéliser, en élaborant une simulation géométrique pertinente à l'aide d'un outil logiciel. • Raisonner, en utilisant un raisonnement par disjonction de cas.	Ce groupe sait : • Représenter, en choisissant un cadre adapté pour traiter le problème, choix qui l'amène à un changement de registre (du graphique à l'algébrique) Calculer, en exerçant son intelligence du calcul : choisir des transformations, effectuer des simplifications.
Ces élèves doivent prendre conscience de la nécessité de fournir une preuve permettant de valider (ou non) les conjectures émises à l'issue de l'expérimentation.	Ces élèves doivent reformuler correctement le problème posé de façon à pouvoir mener à terme leur discussion. On peut aussi relever une utilisation incorrecte du connecteur $\Leftrightarrow$, figurant ici en tant que simple transition séparatrice dans une transformation d'écriture. Peut-être un peu plus de précaution à ce niveau aiderait ces élèves à mieux analyser les différents cas qui se présentent (?)

Quant aux compétences « qu'il convient de développer » … Admettons qu'il convient de développer les compétences que les élèves n'ont pas …

La confrontation des deux productions permettrait un « développement » utile à chacun.

Le premier groupe apporte une expérimentation intéressante, et une discussion pertinente qui pourrait amener le second à revoir sa vision des choses (il peut arriver que la parabole « passe en dessous », quel est le rapport avec l'inéquation $(x-1)^2_{\textit{gilbertjulia}2014} > p+1$?)

Le second groupe apporte une traduction algébrique de la situation. Cet apport pourrait aider le premier à apporter une preuve convaincante de ses conjectures.

2. Il appartient précisément au professeur de provoquer puis d'exploiter cette confrontation entre les idées des deux groupes. Ce que l'on « voit » lors de la phase expérimentale menée à bien par le groupe 1 devrait être corroboré par le traitement mathématique qu'amorce le groupe 2.

En conséquence, prendre d'abord appui sur l'expérimentation du groupe 1. Insister sur le fait que, tant que l'on en reste au stade de l'observation, on ne peut émettre que des conjectures et qu'une démonstration devra suivre. « Il semble que » tantôt (C) reste toujours au dessus de D, et tantôt D coupe (C) en deux points distincts, la position relative changeant au passage.

Passer ensuite à la production du groupe 2. Améliorer son analyse de la situation et reformuler le problème posé : il s'agit **d'étudier le signe** de l'expression $(x-1)^2-(p+1)$ plus que de résoudre une inéquation imposée *a priori*. La position relative de la courbe et de la droite en dépend. Suivant que $p+1\leq 0$ ou bien que $p+1>0$, l'expression en question va être toujours d'un même signe ou au contraire va subir des changements de signe. Il va falloir mettre au point une discussion.

Le fait de formuler autrement peut amener, lorsqu'on étudie le cas où il y a un changement de signe de cette expression, à s'intéresser à la factorisation : $(x-1)^2 -_{gj2014} (p+1)=\left(x-1-\sqrt{p+1}\right)\left(x-1+\sqrt{p+1}\right)$.

3. Voir REDCM pages 146 à 158 (entre autres). Ne pas perdre de vue qu'une même situation peut amener aussi bien à une recherche d'extremum qu'à la résolution d'une inéquation (lorsqu'on introduit à propos de la fonction objectif une valeur plancher ou une valeur plafond).

ESD 2013 – 14 : Optimisation

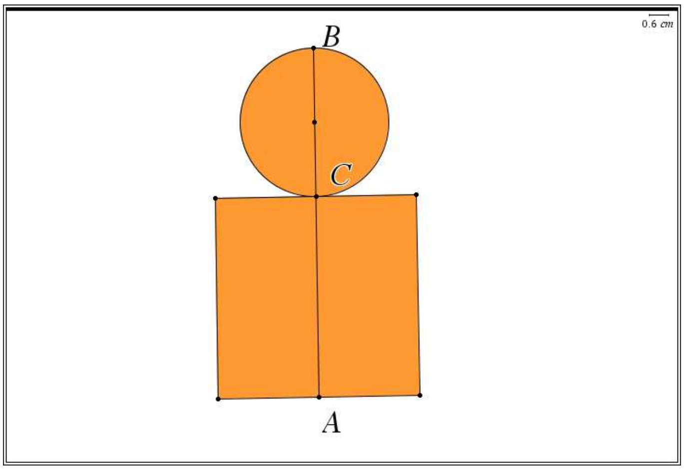
1. Le sujet

A. L'exercice proposé au candidat

À partir d'un segment [AB] de longueur 10 cm et d'un point C variable sur ce segment, on construit un « bonhomme » comme visualisé sur le schéma ci-contre :

- La tête est le disque de diamètre [BC] ;
- Le tronc est un carré dont les côtés ont pour longueur AC.

Déterminer la position du point C sur le segment [AB] pour que l'aire totale de cette figure soit minimale.



B. La réponse proposée par un élève de seconde

Pour construire mon bonhomme j'ai utilisé un logiciel de géométrie.
J'ai fait afficher l'aire du disque qui s'appelle airec, parce que mon cercle s'appelle c.
J'ai demandé d'afficher aussi l'aire du carré (mon carré s'appelle poly1) et je me suis aperçu que ce n'était pas la peine parce que c'est ce qui est affiché dans la fenêtre algèbre pour poly1. J'ai enfin affiché la longueur BC.
Ensuite, j'ai essayé d'utiliser ce que vous nous aviez montré une fois en classe au début de l'année.
J'ai créé un point M = (BC , airec + poly1). J'ai eu du mal à le trouver au début, parce qu'il était trop haut dans le repère. J'ai adapté mes axes puis j'ai utilisé la fonction « trace activée » pour le point M. En déplaçant C sur le segment [AB], j'ai vu que M se déplaçait sur une courbe qui ressemble à une parabole.
J'ai cherché le point le plus bas en ajustant l'échelle. J'ai trouvé que c'était pour x = 5,6. Je pense que la précision suffit parce qu'on ne peut pas tellement faire mieux qu'au millimètre près.
Donc l'aire du bonhomme est minimale pour BC = 5,6 cm. Elle est égale à 44 cm2.

C. Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de l'élève en mettant en évidence les compétences qu'il a acquises.

2. Proposez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de lycée se situant au niveau de votre choix.

3. Proposez deux ou trois exercices sur le thème **optimisation**, dont l'un au moins peut amener à utiliser un logiciel pendant la phase de recherche.

2. Eléments de correction

L’exercice est un problème d’optimisation amenant à maximiser une fonction polynôme du deuxième degré dont les coefficients ne sont pas tous rationnels (présence quelque peu insolite pour les élèves du nombre π parmi les coefficients).
Au niveau d’une classe de seconde, on ne s’attend pas à une résolution experte, une telle résolution ne sera attendue qu’au niveau première. Tout comme dans le sujet 10, les élèves devront proposer une démarche personnelle.
Clairement, l’activité a donné lieu à une narration de recherche. L’élève dont on détient la production nous fait participer à ses travaux et prend plaisir à nous expliquer minutieusement le fonctionnement de son logiciel de géométrie, gilbertjulia2014 qu’il utilise en virtuose.

1. Analyse du travail de l’élève.

Cet élève s’engage d’abord dans l’élaboration, l’observation et l’analyse d’une figure dynamique. L’analyse de cette figure l’amène à une nouvelle stratégie (la définition et l’exploitation du point mobile M) décisive dans la résolution.
Il fournit une solution correcte et pertinente. Il utilise son logiciel de géométrie de façon raisonnée et son argument « *la précision suffit parce qu’on ne peut pas tellement faire mieux qu’au millimètre près* » est inattaquable.

Compétences :

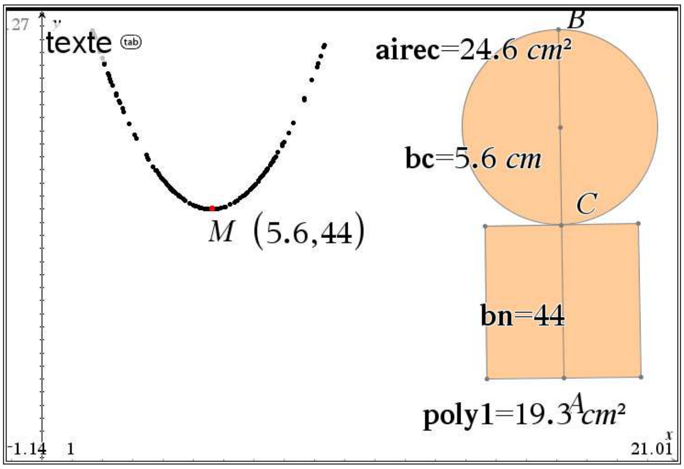
Cet élève sait :

- Expérimenter en utilisant des outils logiciels (élaborer une figure dynamique), en extraire les informations utiles (les variations de la somme des aires).
- Choisir un cadre (graphique en l’occurrence...) adapté pour traiter un problème. Cet élève passe d’une figure dynamique, donc du cadre géométrique, à un autre cadre, le cadre graphique, pour représenter les variations de la fonction « somme des aires » dont il a reconnu l’utilité. Il montre en l’occurrence qu’il sait passer opportunément d’un mode de représentation à un autre.
- Développer une argumentation mathématique correcte, justifier un résultat (il se satisfait, et nous aussi, d’une précision au millimètre).
- S’exprimer avec clarté et précision.

La principale réussite de cet élève est d’avoir su « *utiliser ce que vous nous aviez montré une fois en classe au début de l’année* ». En cela, il a fait preuve d’esprit d’initiative en réinvestissant à bon escient ce passage du géométrique au graphique, pourtant vu « *une fois* » et déjà ancien « *au début de l’année* ».

Un exemple de ce que cet élève a pu obtenir. Il a déplacé le point C sur le segment $[AB]$ et, simultanément, le point M d’abscisse la longueur de $[BC]$ et d’ordonnée la somme **bn** des aires du carré et du disque a laissé sa trace sur la partie réservée au graphique.

Le lieu de ce point, comme l’a remarqué à juste titre l’élève, « *ressemble à une parabole* ».



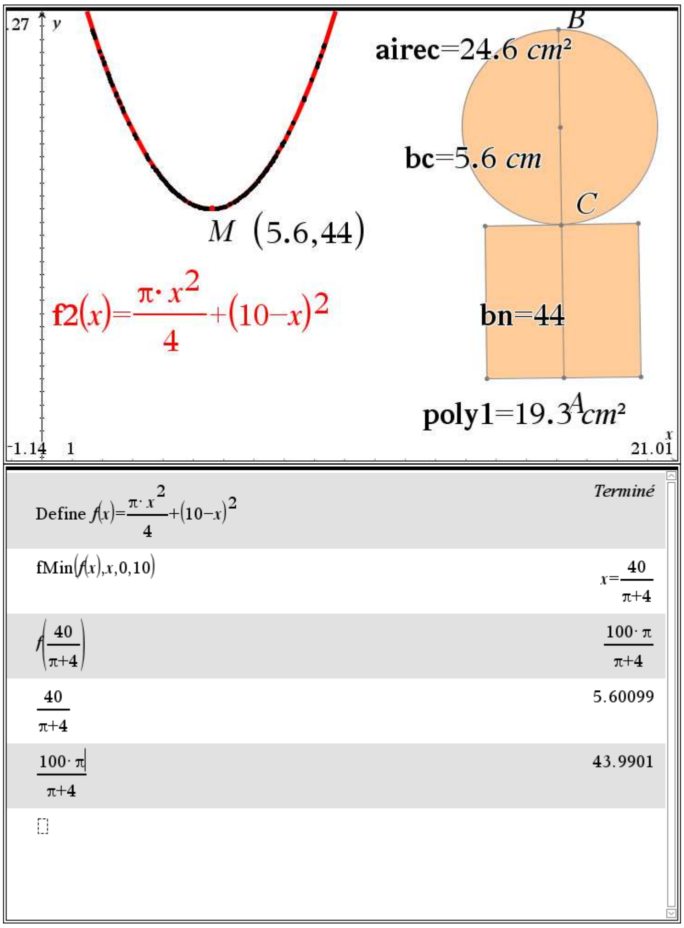
2. Correction de l'exercice.
Il est intéressant d'exploiter la production de cet élève. On peut lui demander d'exposer sa solution devant ses camarades, et de lui demander d'utiliser son logiciel devant la classe entière.
Relever alors dans sa production deux points essentiels :

- Il a « *créé un point M = (BC , airec + poly1)* »
- Il a vu « *que M se déplaçait sur une courbe qui ressemble à une parabole* »

Après avoir fait rappeler ce qu'était une « parabole », proposer d'éclaircir ce deuxième point :
« On va expliciter les coordonnées du point *M*, et pour cela exprimer la somme des aires des deux figures en fonction de $x = BC$. Puis on va essayer de déterminer sur quelle courbe *M* se déplace »

Il s'agit de faire apparaître que la courbe sur laquelle se déplace *M* est représentative de la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;10]$ par : $f(x)_{gj2014} = \dfrac{\pi x^2}{4} + (10-x)^2$.

On vérifie si le tracé de cette courbe vient se superposer à la trace géométrique laissée par le point *M*. La trace géométrique obtenue par l'élève d'une part et l'expression de la fonction *f* d'autre part se valident mutuellement.



En définissant la fonction *f* dans une page **Calculs**, on obtient les valeurs exactes du minimum et de la valeur de *BC* pour laquelle *f* est minimale.

Nous voici en paix avec notre conscience de puristes. Force est cependant de constater que la résolution de l'élève est performante, on peut la valider entièrement. De plus, les valeurs 5,6 et 44 qu'il propose sont autrement mieux « parlantes » que les valeurs exactes elles-mêmes.

Au niveau d'une classe de seconde, il n'y a pas lieu, me semble-t-il, d'aller beaucoup plus loin (mise sous forme canonique par exemple). La complexité des calculs me paraît disproportionnée par rapport au bénéfice que l'on peut en tirer, le recours au logiciel de calcul formel est un bon compromis.
Une mise sous forme canonique, ou l'utilisation de la dérivation, pourrait être envisagée au niveau d'une classe de première.

3. Remarque

Je propose de comparer la production de l'élève 1 du sujet 12 (*Avec un logiciel, nous avons tracé la parabole et la droite d'équation* ${}_{gilbertjulia2014}\ y = 2x + p$ *pour plusieurs valeurs de p …*) et celle de cet élève du sujet 14.

Les productions s'appuient toutes deux sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie. Cependant, il y a une différence essentielle.

L'élève du sujet 12 réalise correctement une figure de géométrie, sait l'animer et choisir pertinemment plusieurs valeurs du paramètre, mais son activité mathématique s'arrête à un constat de ce qu'il voit à l'écran. Il est en quelque sorte « spectateur ».

L'élève du sujet 14 exploite quant à lui une large panoplie des outils de son logiciel en tant qu'auxiliaires, mais en restant à tout moment maître du jeu. Cet élève est « acteur », il utilise son logiciel pour exécuter des tâches qu'il définit à l'avance. La construction puis l'exploitation de son point M ont été délibérées et font partie intégrante d'une méthode de résolution.

C'est pourquoi nous avons considéré la production du premier élève comme non aboutie (une démonstration est indispensable) tandis que nous avons validé la production du second.